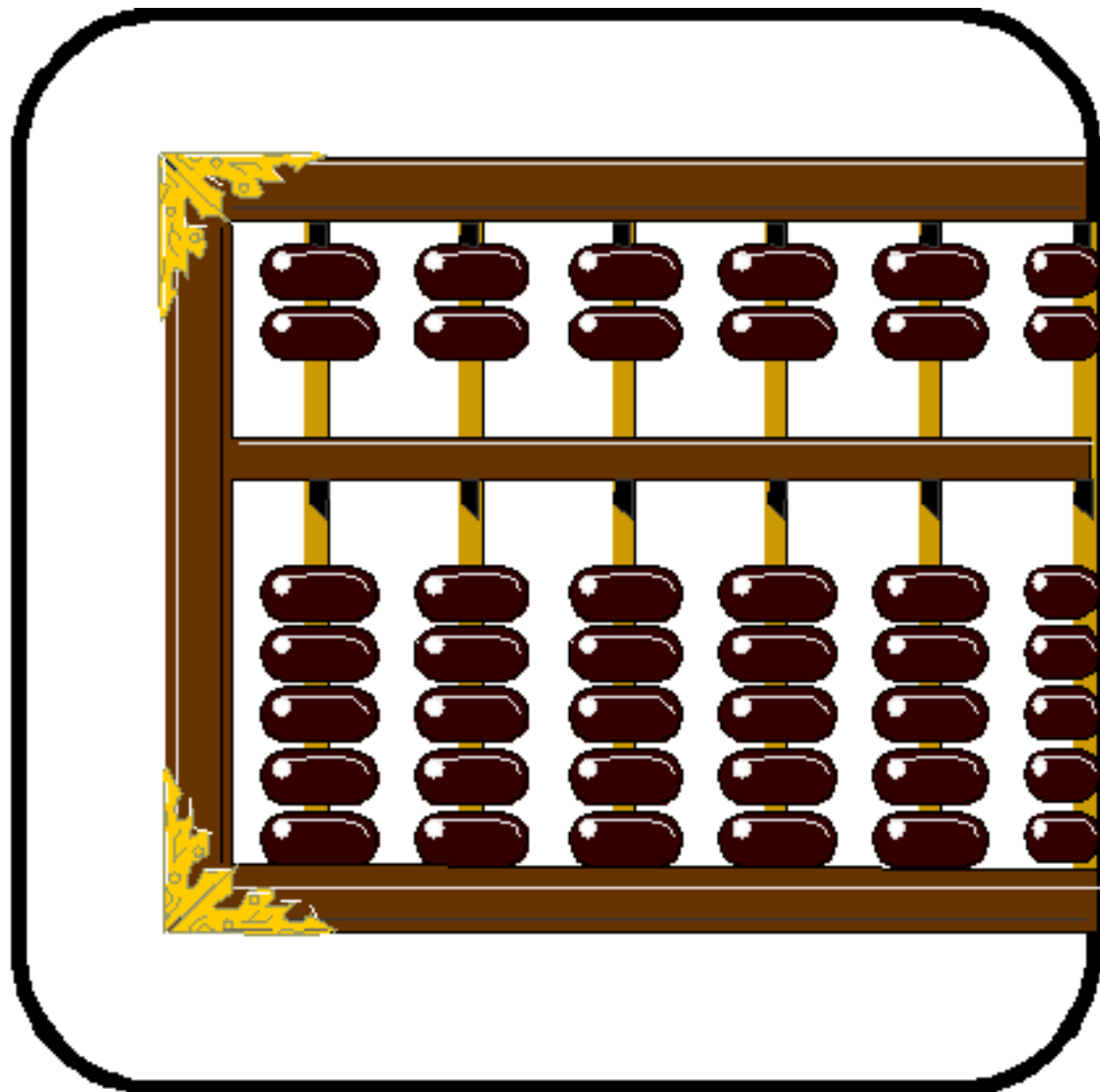
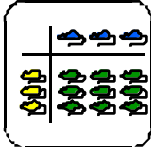


Werkstatt Multiplikation  
Posten: **Abakus**

Informationsblatt fŸr die  
Lehrkraft

# Abakus





<b>Thema:</b>	Abakus - Antike Rechenhilfe
<b>Schultyp:</b>	Mittelschule, technische Berufsschule, Fachhochschule
<b>Vorkenntnisse:</b>	Kenntnisse in der Multiplikation und der Addition von ganzen Zahlen Kenntnisse von anderen Zahlensystemen (für Aufgabe 2 der <i>Lehrer-Lernkontrolle</i> / <i>Test</i> )
<b>Bearbeitungsdauer:</b>	60 - 80 Minuten
<b>Fassung vom:</b>	15.9.95
<b>Schulerprobung:</b>	nein

## Übersicht

Bereits in der Antike verwendete man **Rechenhilfen** um das Rechnen zu vereinfachen. An diesem Posten wird eine dieser Rechenhilfen - der Abakus - beschrieben. Nach einer kurzen Einführung in die Verwendung dieser Rechenhilfe, wird damit das Multiplizieren etwas geübt.

## Lernziele

- An diesem Posten erfolgt eine intensive Beschäftigung mit dem Multiplikationsalgorithmus für eine beschränkte Anzahl von Stellen. Vielleicht implementiert der Postenabsolvent später einen Multiplikationsalgorithmus. In diesem Moment erinnert er sich an den Abakus und kann sich den Algorithmus plastisch vorstellen
- Der Postenabsolvent kann auf dem Abakus zwei Zahlen korrekt miteinander multiplizieren.

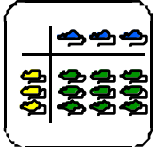
## Material

- *Theorie:* Abakus - Antike Rechenhilfe (in diesen Unterlagen enthalten)
- *Material:* Abakus (Jelmoli, 1995: 20.- sFr.)  
Selbstklebende Punkte oder Post-It Zettelchen, um auf dem Abakus bestimmte Stellen zu markieren.

## Quellen

Volker Claus u. Andreas Schwill: *Duden «Informatik»: ein Sachlexikon für Studium und Praxis* Mannheim; Wien; Zürich (Dudenverlag, 1988)

Anleitung zum Abakus



## Hinweise, Lösungen

### Lösung Auftrag 3

#### Aufgabenstellung:

Der Abakus wird selbst heute noch im asiatischen Raum benutzt. Geübte Benutzer sind bei den Grundrechenarten sogar **gleich schnell** wie jemand mit dem Taschenrechner!

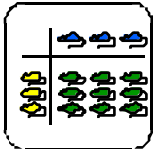
Das bedeutet, dass ein geübter Abakus-Benutzer schneller zwei 6-stellige Zahlen miteinander multipliziert, als Du es mit der schriftlichen Methode kannst. Hast Du eine Erklärung, weshalb die schriftliche Methode langsamer ist?

#### Lösung:

Bei der **schriftlichen Multiplikation** wird für jede Ziffer des Multiplikanden das Zwischenresultat (Ziffer \* Multiplikator) hingeschrieben. Erst wenn alle Zwischenresultate vorliegen, werden sie zusammenaddiert. Mit dem **Abakus** wird jedes Zwischenresultat sofort zur Endsumme hinzuaddiert. Dadurch wird das **Lesen** der Zwischenresultate (für die Addition der Zwischenresultate) **erspart**.

Der Aufwand für das **Hinschreiben** der Zwischenresultate wird **nicht erspart**. Denn beim Abakus muss die neue Summe (bisheriges Resultat) eingegeben werden.

Die Anzahl der **Rechenoperationen** bleibt sich **gleich**.



## Lehrer-Lernkontrolle / Test

### Aufgabe 1 (mündlich)

Du kannst mit dem *Abakus* ganze Zahlen multiplizieren. Rechne mir auf dem Abakus die Multiplikation  $38 \cdot 1'362$  vor. Ich will mit dieser Aufgabe sehen, ob Du das **Prinzip des Abakus verstanden** hast. Wenn also ein kleiner Rechenfehler passiert, ist das nicht entscheidend.

### Aufgabe 2 (schriftlich)

Eine Forschungsgruppe hat einen Völkerstamm entdeckt, der im **4er System** rechnet. Dr. Urwald würde diesem Stamm gerne eine Rechenhilfe schenken. Kannst Du ihm helfen und einen Abakus für das 4er System entwerfen?

Den Grundsatz „eine Ziffer pro Stab“ würde ich beibehalten. Mit dem von Dir entwickelten „Abakus Quattro“ muss die Multiplikation von zwei Zahlen im 4er System möglich sein.

## Lösungen und Taxierung

### Aufgabe 1 (mündlich)

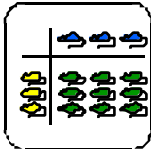
**Lösung:**  $38 \cdot 1'362 = 51'756$ .

**Taxierung:** Das Gelernte wird an einem Beispiel (vorgegebene Zahlenwerte) angewandt. Es wird nicht nur Wissen wiedergegeben. Die Aufgabe ist deshalb als höchstens **K2** zu taxieren.

### Aufgabe 2 (schriftlich)

**Lösung:** Der bekannte Abakus für das 10er System hat oberhalb des Querstabes Kugeln mit dem Wert 5. Damit ist die Darstellung von Zahlen übersichtlicher. Eine reine Transformation dieses Abakus ins 4er System würde zu 2er-Kugeln statt 5er-Kugeln führen. Dies ist aber nicht sinnvoll, da das Auge 4 Kugeln mit einem Blick abzählen kann. Deshalb hat der „Abakus Quattro“ **keinen Querstab**. Jede Ziffer wird durch einen Stab mit 4 Kugeln repräsentiert.

**Taxierung:** Das Hilfsmittel Abakus muss auf eine neue Situation angepasst werden. Die Aufgabe ist **K4**.



## Was soll ich hier tun?

Um zwei Zahlen miteinander zu multiplizieren, kannst Du den Taschenrechner nehmen. Bevor es Taschenrechner gab, musste aber auch schon multipliziert werden. Dazu wurden verschiedene Rechenhilfen entwickelt. An diesem Posten lernst Du so eine **Rechenhilfe** kennen: Den **Abakus**.

Speziell lernst Du hier das **Multiplizieren mit dem Abakus**. Die Methode ist dieselbe wie beim schriftlichen Multiplizieren. Also nichts besonders Kompliziertes.

Der Posten besteht aus den **folgenden drei Aufträgen**:

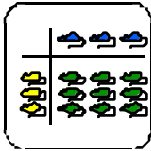
- (1) Studiere die **Theorie** "*Abakus - Antike Rechenhilfe*"  
(25 - 35 Minuten)
- (2) Löse mit dem Abakus die folgenden Rechenaufgaben:  
(25 - 30 Minuten)

$$\begin{array}{rcll} 32 & * & 1'876 & = ? & (\text{ergibt } 60'032) \\ 3'241 & & * & 483 & = ? & (\text{ergibt } 1'565'403) \\ 9'234 & & * & 2'353 & = ? & (\text{ergibt } 21'727'602) \end{array}$$

Wenn Du Dich verrechnest, ist das nicht so schlimm. Die Hauptsache ist, Du hast verstanden wie mit dem Abakus gearbeitet wird.

- (3) Der Abakus wird selbst heute noch im asiatischen Raum benutzt. Geübte Benutzer sind bei den Grundrechenarten sogar **gleich schnell** wie jemand mit dem Taschenrechner! Das bedeutet, dass ein geübter Abakus-Benutzer schneller zwei 6-stellige Zahlen miteinander multipliziert, als Du es mit der schriftlichen Methode kannst. Hast Du eine Erklärung, weshalb die schriftliche Methode langsamer ist?  
(10 - 15 Minuten)

Diese Aufträge sollte **jeder für sich** bearbeiten.



## Abakus - Antike Rechenhilfe

Der Abakus sieht ähnlich aus wie ein Zählrahmen. Noch heute ist der chinesische Abakus in asiatischen Ländern in Gebrauch!

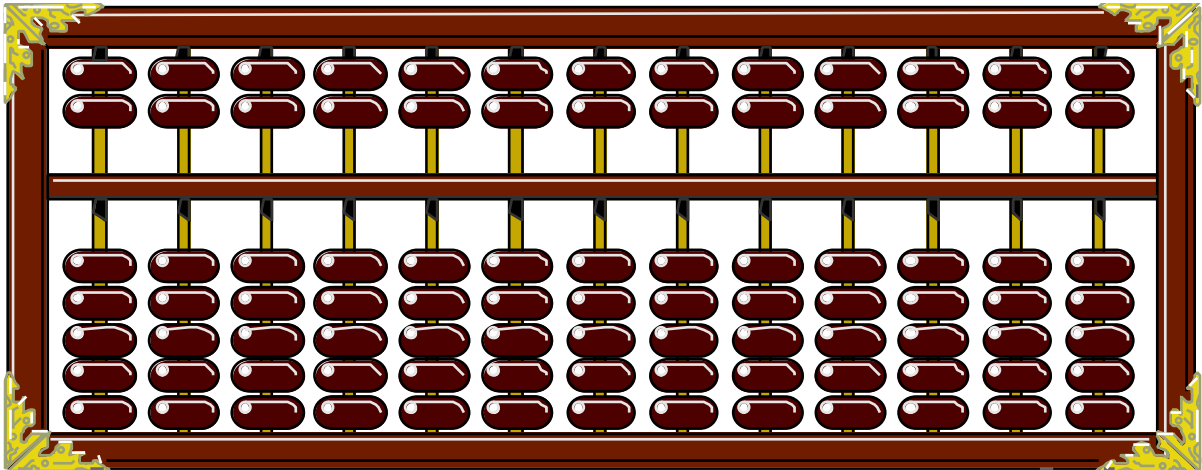


Abbildung 1: Der Abakus im Grundzustand (Zahl 0 ist dargestellt)

### Wie werden die Zahlen dargestellt?

Lies die folgenden Regeln einmal durch und sieh Dir dann das darauf folgende Beispiel an. Es ist gar nicht so kompliziert wie die Regeln den Anschein machen!

#### Die Regeln:

1. Die Kugeln auf der **Stange ganz rechts** haben die Wertigkeit 1, das sind die **1er**. Die Kugeln auf der **zweiten Stange** haben die Wertigkeit 10, sind also die **10er**. Die Kugeln auf der **dritten Stange** haben die Wertigkeit 100, sind also die **100er**. Und so weiter...
2. Die Kugeln **unterhalb** des Querstabes zählen **1** Einheit. (Also 1, 10, 100... je nach Stange)  
Die Kugeln **oberhalb** des Querstabes zählen **5** Einheiten. (Also 5, 50, 500...)
3. Die Kugeln, die zum Querstab geschoben sind, „zählen“. Die anderen Kugeln werden nicht beachtet.

#### Ein Beispiel:

Sieh Dir die **Abbildung 2** an:

Bei den **100er** sind zum Querstab geschoben:

unten: 3 Kugeln  $\_$  3 100 = 300

oben: 0 Kugeln  $\_$  0 500 = 0

Also hast Du total  $300+0=$  **300**

Bei den **10er** sind zum Querstab verschoben:

unten: 1 Kugel  $\_$  1 10 = 10

oben: 1 Kugel  $\_$  1 50 = 50

Also hast Du total  $10+50=$  **60**

Bei den **1er** sind zum Querstab verschoben:

unten: 1 Kugel  $\_$  1 1 = 1

oben: 0 Kugeln  $\_$  0 5 = 0

Also hast Du total  $1+0=$  **1**

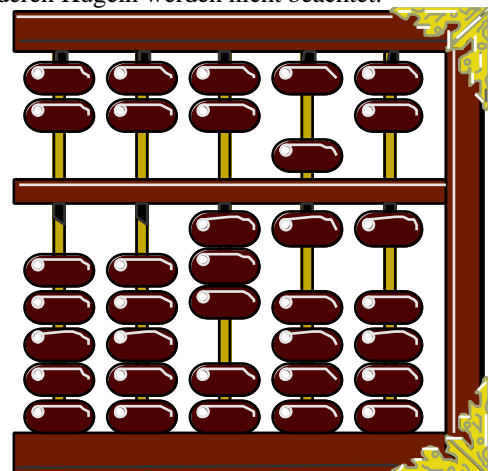


Abbildung 2: Die Zahl 361

Nun musst Du noch alle Zwischenresultate zusammenstellen:  $300 + 60 + 1 =$  **361**.



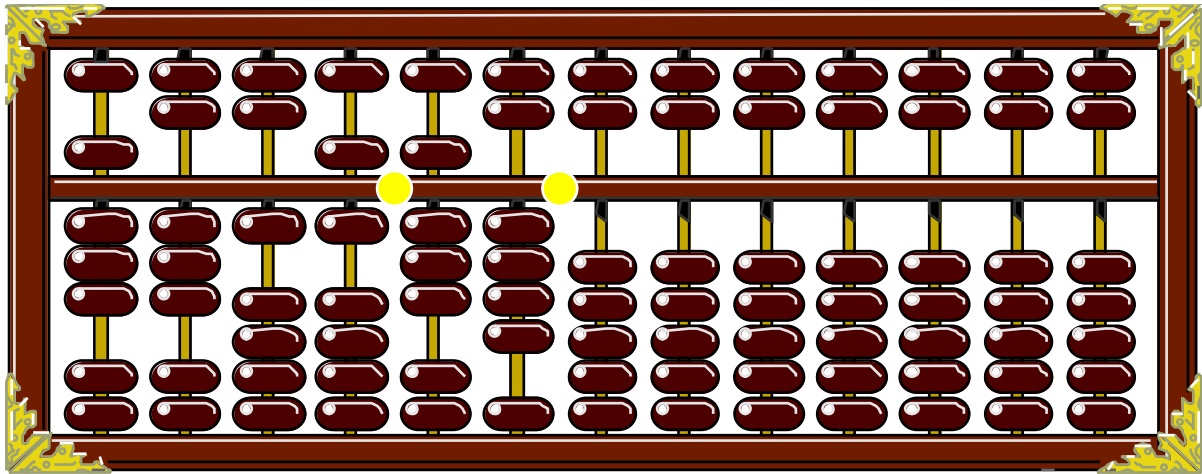
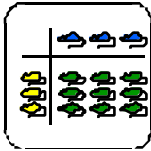


Abbildung 5: Der Abakus bereit zur Multiplikation von  $84 * 8'316$

Nun kannst Du die Zahlen miteinander **multiplizieren**:

Zuerst die hinterste Stelle der Zahl rechts (*die 4 von 84*) mal die Zahl links ( $8'316$ ). Dabei gehst Du gleich vor wie beim schriftlichen Multiplizieren: Eine Stelle nach der Anderen:

Noch zwei Hinweise, bevor Du beginnst:

- Das **Resultat** erhältst Du am Schluss **ganz rechts** auf dem Abakus. Es wird Schritt für Schritt zusammengestellt.
- Das **Hinzuzählen** von Zwischenresultaten musst Du nicht im Kopf machen. Wenn Du 3 hinzuzählen musst, dann schiebe einfach 3 zusätzliche Kugeln hinzu!

Jetzt kannst Du loslegen! Mache die folgenden Schritte gleich mit! Zuerst multiplizierst Du  $8'316$  mit der hintersten Stelle der rechten Zahl (4 von 84):

1. Du beginnst mit der Stelle **ganz rechts**. Also bei der Zahl  $8'316$  mit der 6. Lege dort den Finger der linken Hand hin. So weisst Du immer bei welcher Stelle Du gerade bist.  
Die 4 von 84 mal die 6 von  $8'316$ :  $4*6=24$ . Du stellst ganz rechts auf dem Abakus die Zahl **24** ein. Jetzt steht **24** auf dem Abakus.
2. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der  $8'316$  bist Du nun bei der 1 (Finger hinlegen), im Resultat bei der zweithintersten Stelle von **24**, der 2.  
Die 4 von 84 mal die 1 von  $8'316$ :  $4*1=4$ . Du zählst zur zweithintersten Stelle im Resultat **4** dazu. (Eine 5er Kugel nach unten, eine 1er Kugel nach unten schieben).  
Jetzt steht **64** auf dem Abakus.
3. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der  $8'316$  bist Du nun bei der 3 (Finger hinlegen), im Resultat bei der dritthintersten Stelle von **64**, einer 0.  
Die 4 von 84 mal die 3 von  $8'316$ :  $4*3=12$ . Du zählst zur dritthintersten Stelle im Resultat **12** dazu.  
Jetzt steht **1'264** auf dem Abakus.
4. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der  $8'316$  bist Du nun bei der 8 (Finger hinlegen), im Resultat bei der vierthintersten Stelle von **1'264**, der 1.  
Die 4 von 84 mal die 8 von  $8'316$ :  $4*8=32$ . Du zählst zur vierthintersten Stelle im Resultat **32** dazu.  
Jetzt steht **33'264** auf dem Abakus.

**33'264** ist das Zwischenresultat von  $4 * 8'316$ . Nun musst Du noch  $80 * 8'316$  hinzuzählen. Die 4 von 84 brauchst Du nicht mehr. Den Platz kannst Du für das Resultat brauchen. Dies ist hier noch nicht wichtig, aber wenn Du **grössere Zahlen** miteinander multiplizierst, kann es sein, dass Du diesen Platz brauchst. Dein Abakus sollte nun so aussehen wie in Abbildung 6.



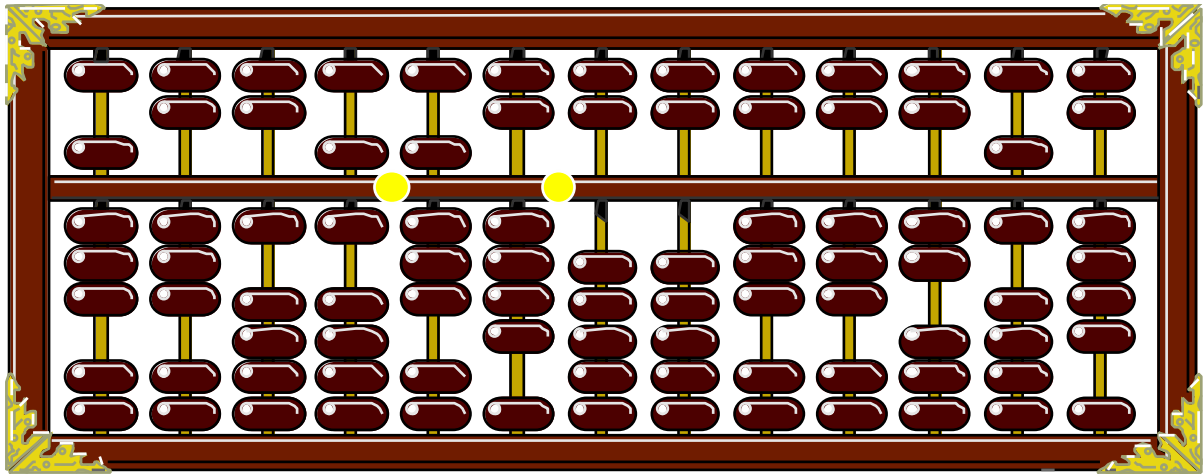
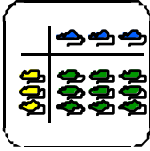


Abbildung 6: Nach der Rechnung  $84 * 8'316$

Das Hinzuzählen von  $80 * 8'316$  ist ganz einfach. Du beginnst im bisherigen Resultat ( $33'264$ ) bei der zweithintersten Stelle und zählst  $8 * 8'316$  hinzu. Das ist genau gleich wie beim schriftlichen Multiplizieren.

Du multiplizierst nun also  $8'316$  mit der zweithintersten Stelle der rechten Zahl (8 von 84):

1. Du beginnst mit der Stelle **ganz rechts**. Also bei der Zahl  $8'316$  mit der 6. (Finger hinlegen), im Resultat bei der **zweithintersten** Stelle.  
Die 8 von 84 mal die 6 von  $8'316$ :  $8*6=48$ . Du zählst zur zweithintersten Stelle im Resultat **48** dazu. Dazu sind jetzt mehrere Schritte nötig:  
**48 hinzuzählen = 50 hinzuzählen und 2 abziehen:**  
50 hinzuzählen (eine 5er Kugel in der dritthintersten Stelle nach unten)  
2 abziehen (5er Kugel nach oben = -5, drei 1er Kugeln nach oben = +3)  
Jetzt steht **33'744** auf dem Abakus.
2. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der  $8'316$  bist Du nun bei der 1 (Finger hinlegen), im Resultat bei der dritthintersten Stelle von **33'744**, der 7.  
Die 8 von 84 mal die 1 von  $8'316$ :  $8*1=8$ . Du zählst zur dritthintersten Stelle im Resultat **8** dazu. (8 hinzuzählen = +10-2)  
Jetzt steht **34'544** auf dem Abakus.
3. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der  $8'316$  bist Du nun bei der 3 (Finger hinlegen), im Resultat bei der vierthintersten Stelle von **34'544**, der 4.  
Die 8 von 84 mal die 3 von  $8'316$ :  $8*3=24$ . Du zählst zur vierthintersten Stelle im Resultat **24** dazu (4 hinzuzählen = +5-1; 20 hinzuzählen = +5-3)  
Jetzt steht **58'544** auf dem Abakus.
4. Du gehst eine Stelle nach links. Bei der  $8'316$  bist Du nun bei der 8 (Finger hinlegen), im Resultat bei der fünfhintersten Stelle von **58'544**, der 5.  
Die 8 von 84 mal die 8 von  $8'316$ :  $8*8=64$ . Du zählst zur fünfhintersten Stelle im Resultat **64** dazu. Jetzt steht **698'544** auf dem Abakus.

Damit hast Du nun das **Resultat: 698'544**. Vergleiche es mit dem Resultat der schriftlichen Multiplikation ganz am Anfang des Kapitels *Rechnen mit dem Abakus*!