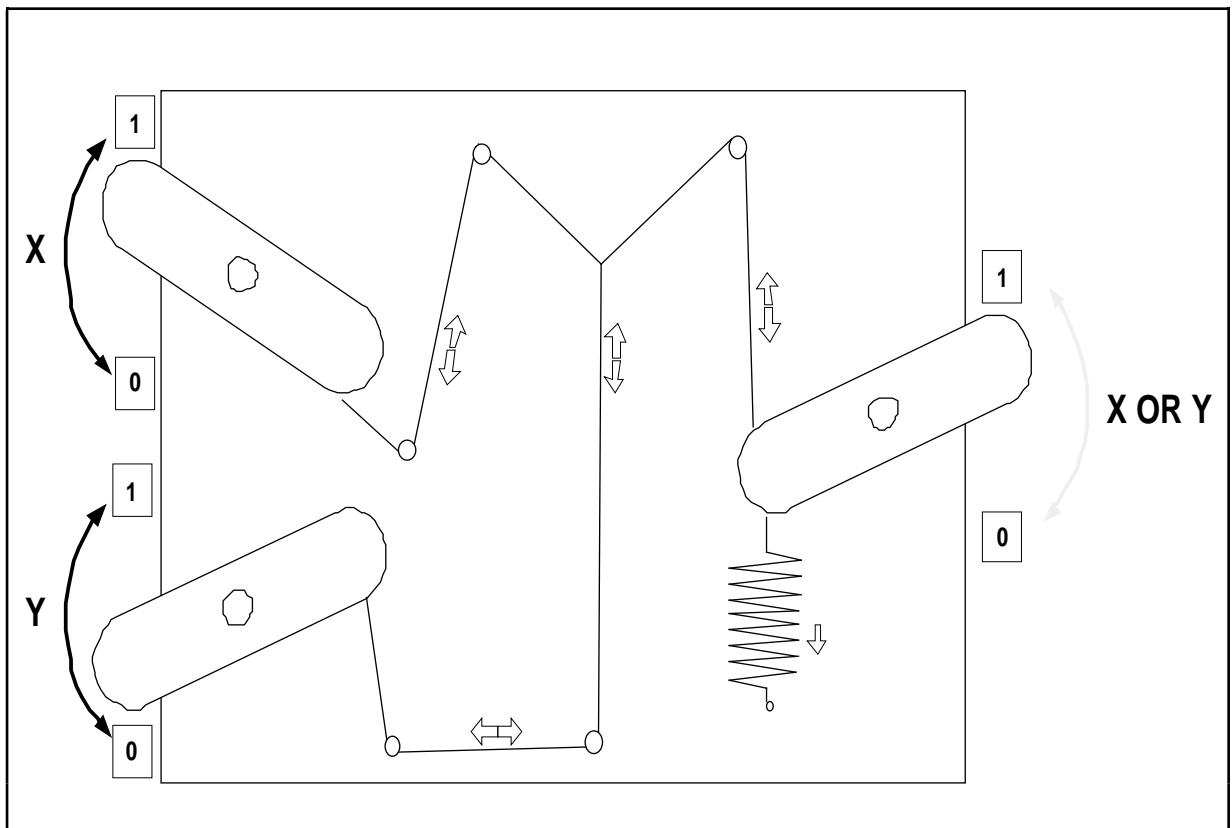
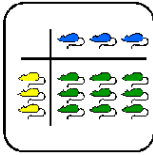


AND

-logische Multiplikation





Werkstatt Multiplikation
Posten: **AND-logische
Multiplikation**

Informationsblatt für die
Lehrkraft

Thema:	AND-logische Multiplikation
Schultyp:	Mittelschule, technische Berufsschule, Lehrerseminar, Fachhochschule
Vorkenntnisse:	---
Bearbeitungsdauer:	50 - 70 Minuten
Fassung vom:	4 March 1998
Schülerprobung:	nein

Übersicht

Bool'sche Algebra, Aussagenlogik sollte allen, die den Computer nicht nur als reine Anwender erleben wenigstens in den Grundzügen bekannt sein. Die Schüler lernen an diesem Posten die logischen Funktionen AND, OR und NOT kennen. Die logische Multiplikation (AND) wird dann implementiert. Dazu wird ein mechanischer Apparat aus Schnüren, Federn, Nägeln, usw. gebastelt, der die AND-Funktion ausführen kann.

Lernziele

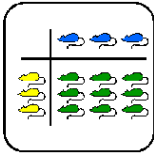
Die Schüler sollen die drei logischen Verknüpfungen AND, OR und NOT kennen. Sie sind nach dem Posten in der Lage, diese zu beschreiben und für einfache umgangssprachliche Beispiele einzusetzen.

Die Schüler können ausserdem mit einer Wertetabelle umgehen. Sie können sie interpretieren und für sehr einfache Beispiele auch selbst erstellen.

Material

- *Theorie:* "Aussagenlogik"
- *Theorie:* "mit Null und Eins"
- *Theorie:* "NOT-Apparat / OR-Apparat"

- *Holz, Nägel, Schnur oder Faden, Gummibänder oder Federn*
- *Werkzeuge: Hammer, Schere, evtl. Beisszange (Je nach Holz auch Säge)*



Hinweise, Lösungen

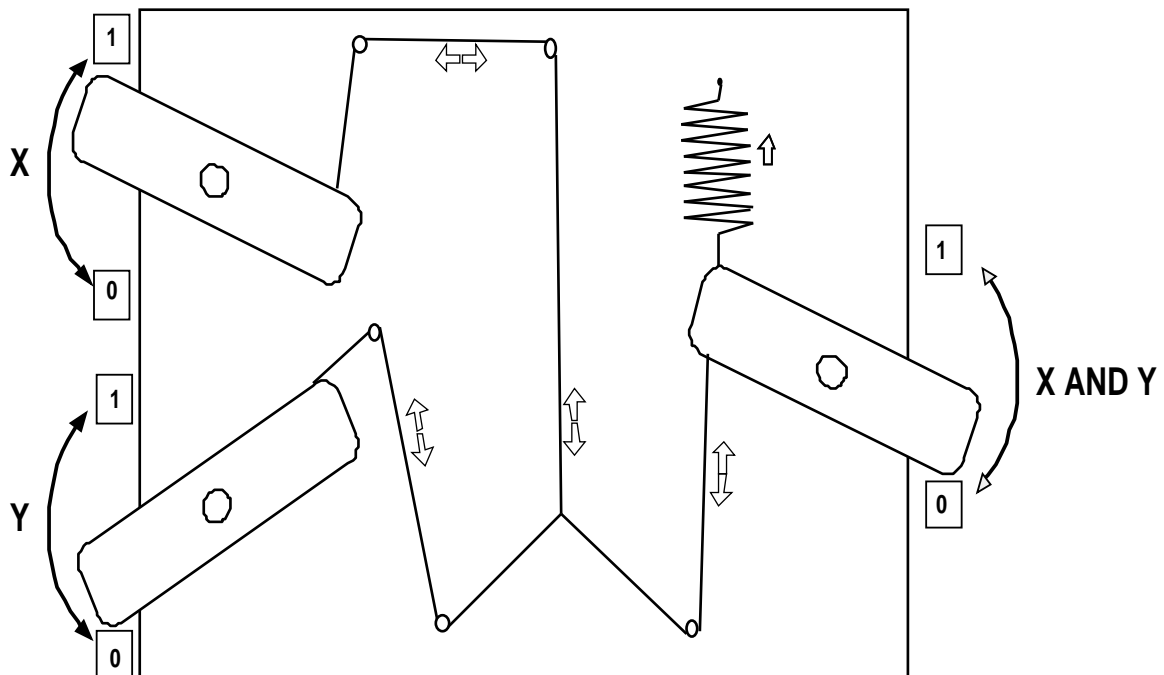
Aufgabe zu logischen Verknüpfungen

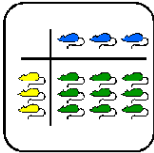
Grundsätzlich sind mehrere Lösungen möglich:

- "Figur ist ein Kreis" ist wahr, wenn "Radius ist immer gleich" AND NOT("Figur ist 3-dimensional" OR "Figur ist eckig") wahr ist.
oder "Figur ist ein Kreis" ist wahr, wenn NOT "Figur ist eckig" AND "Radius ist immer gleich" AND NOT "Figur ist 3-dimensional" wahr ist.
oder Ähnliches
- "Fido ist ein Haustier" ist wahr, wenn "Fido ist ein Hund" OR "Fido ist eine Katze" AND NOT "Fido jagt in der Steppe Antilopen" wahr ist.
oder "Fido ist ein Haustier" ist wahr, wenn ("Fido ist ein Hund" OR "Fido ist eine Katze") AND NOT "Fido jagt in der Steppe Antilopen") wahr ist.
oder "Fido ist ein Haustier" ist wahr, wenn "Fido ist ein Hund" OR ("Fido ist eine Katze" AND NOT "Fido jagt in der Steppe Antilopen") wahr ist.

AND-Apparat

Apparat muss für alle Eingangskombinationen (00, 01, 10, 11) den korrekten Wert einer AND-Verknüpfung ergeben (0, 0, 0, 1). Könnte in Anlehnung an den OR-Apparat etwa so aussehen:





Lehrer-Lernkontrolle / Test

Aufgabe 1

Du weißt, was eine AND-, eine OR- und eine NOT-Verknüpfung ist. Du sollst jemandem den Unterschied zwischen AND und OR erklären. Dazu machst Du ein Beispiel: Stell Dir vor, Du hast einen Springbrunnen und zwei Wasserhähnen. Zeichne je eine Zeichnung mit diesen drei Dingen und den nötigen Leitungen, damit Du einem Anfänger erklären kannst, was der Unterschied zwischen AND und OR ist.

Beschrifte an Deiner Zeichnung die beiden Hähnen und den Springbrunnen. Zeige auch, von wo das Wasser kommt. Schreibe an, welche Zeichnung das AND und welche das OR erklärt.

Aufgabe 2

Ergänze die folgenden beiden Wertetabellen:

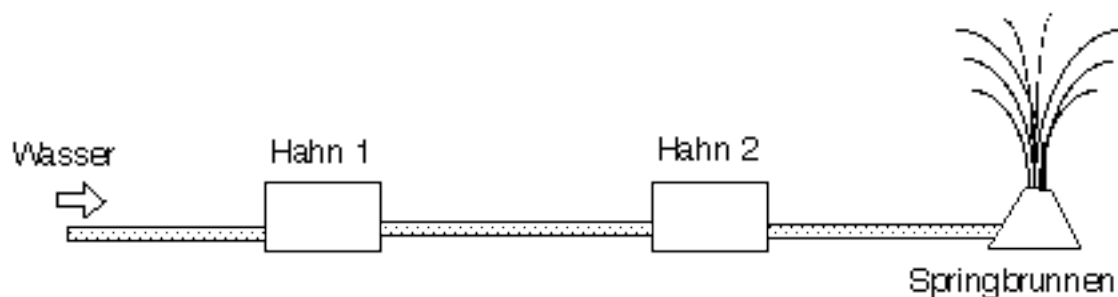
X	Y	X AND Y
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

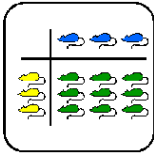
X	Y	(X AND Y) OR (NOT (X OR Y))
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Lösungen und Taxierung

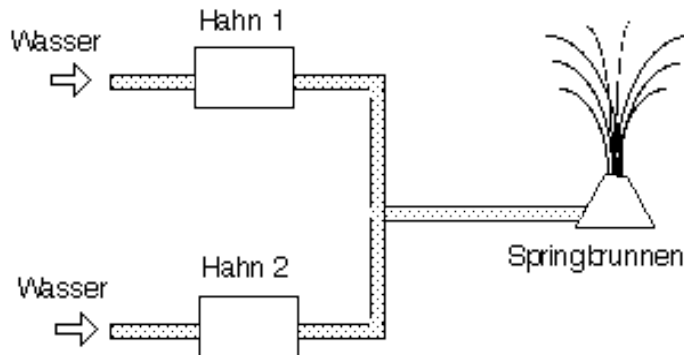
Aufgabe 1

AND





OR



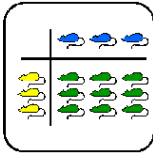
Diese Aufgabe erfordert, dass der Schüler verstanden hat, was die AND- und die OR-Funktion bewirkt. Sie ist als K3 zu taxieren.

Aufgabe 2

X	Y	X AND Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X	Y	(X AND Y) OR (NOT (X OR Y))
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Der erste Teil der Aufgabe ist reines Reproduzieren und deshalb als K1 zu taxieren. Der zweite Teil verlangt vom Schüler auf der einen Seite etwas zu tun, das er nie getan hat (nämlich eine Wertetabelle selbst aufstellen). Andererseits müssen die Schüler eine Kette von logischen Verknüpfungen verstehen, obschon sie rein symbolisch und nicht wie in der Übung beim Posten mit konkreten Aussagen verbunden sind. Der zweite Teil ist also eine K3 Aufgabe.



Was soll ich hier tun?

An diesem Posten erfährst Du, was Aussagenlogik ist. Du lernst, wie eine Multiplikation in dieser Logik aussieht und versuchst, einen Apparat zu konstruieren, der eine solche Multiplikation durchführen kann.

Führe jetzt die folgenden Aufträge nacheinander aus:

- (1) Lies den Theorieteil über Aussagenlogik.

(10 Minuten)

- (2) Versuche nun die folgenden Aussagen so zu verknüpfen, dass die Aussage "Figur ist ein Kreis" entsteht

- "Figur ist 3-dimensional"
- "Figur ist eckig"
- "Radius ist immer gleich"

Versuche nun die folgenden Aussagen so zu verknüpfen, dass die Aussage "Fido ist ein Haustier" entsteht

- "Fido ist ein Hund"
- "Fido ist eine Katze"
- "Fido jagt in der Steppe Antilopen"

Zeige die Lösungen Deinem Lehrer. Wenn sie noch Fehler haben, lies den Theorieteil noch etwas genauer und versuche es dann nochmals.

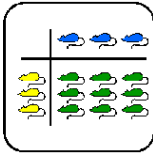
(5 Minuten)

- (3) Lies den Theorieteil "mit Null und Eins".

(10 Minuten)

- (4) Damit ein Computer mit AND, OR und NOT arbeiten kann, müssen Bauteile entwickelt werden, die diese Funktionen ausführen können. Normalerweise werden diese Bauteile zu Tausenden auf einem Chip montiert. Da wir aber keine Chips bauen können, versuchen wir nur einen mechanischen Apparat zu bauen, der die AND-Verknüpfung, also die logische Multiplikation simuliert. Schau dazu zuerst die Pläne im Theorieteil OR-Apparat und NOT-Apparat an. Diese zeigen, wie ein Apparat gebaut werden könnte, der die OR-Funktion, resp. die NOT-Funktion ausübt.

(5 Minuten)



Werkstatt Multiplikation
Posten: **8-Bit Multiplikation**

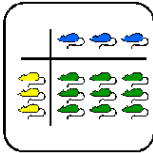
Auftragsblatt

- (5) Baue nun selbst aus Holz, Nägeln, Schnur, einer Feder oder einem Gummiband einen AND-Apparat. Er sollte zwei Hebel haben, an denen man den jeweiligen Wert für X, resp. Y eingeben kann und sollte am Schluss anzeigen, welchen Wert X AND Y hat.

(25 Minuten)

- (6) Teste Deinen Apparat mit der Wertetabelle aus dem Theorieteil "mit Null und Eins".

(5 Minuten)



Aussagelogik

Die Aussagenlogik ist ein Gebiet der Mathematik. Sie wird aber auch in der Informatik sehr häufig gebraucht. Deshalb gibt es ja auch diesen Posten. Leider lernst Du hier die Aussagenlogik nur ein bisschen kennen, weil die Zeit zu kurz ist, sie komplett zu erfassen. Trotzdem: Viel Spass!

Wie der Name Aussagenlogik schon andeutet, geht es um Aussagen. Wir verstehen darunter irgend eine Aussage (z.B. "Dein Name ist Thomas" oder "Der Kuchen ist rund"). Im Folgenden gehen wir davon aus, dass Aussagen nur entweder wahr oder falsch sein können. In der Aussagenlogik geht es nun darum, Regeln für die Verknüpfung von solchen Aussagen zu machen.

Betrachte die folgenden Aussagen. Versuche dabei herauszufinden, welche Arten von Verknüpfungen es gibt:

- "Figur ist ein Quadrat" ist wahr, wenn "Figur hat vier gleiche Seiten" und "Alle Winkel sind 90° " wahr ist.
- "Es läutet" ist wahr, wenn "Jemand ruft an" oder "Jemand steht an der Tür" wahr ist.
- "Das Bild ist farbig" ist wahr, wenn "Das Bild ist schwarzweiss" nicht wahr ist.

Hast Du es herausgefunden? Die Verknüpfungen sind UND, ODER und NICHT. Viel häufiger werden die englischen Ausdrücke AND, OR und NOT gebraucht, die aber genau das gleiche bedeuten:

"Aussage1" **AND** "Aussage2"

ist genau dann wahr, wenn sowohl "Aussage1" wie auch "Aussage2" wahr ist.

"Aussage1" **OR** "Aussage2"

ist dann wahr, wenn mindestens eine der beiden Aussagen stimmt. Natürlich können auch beide stimmen (vgl. Bsp. mit "Es läutet").

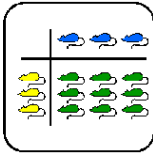
NOT "Aussage"

ist immer dann wahr, wenn die Aussage nicht stimmt.

Natürlich können nun beliebige Kombinationen von diesen Verknüpfungen gebildet werden. Das geht genau gleich wie zum Beispiel bei Additionen und Multiplikationen. Mit Hilfe von Klammern können da sehr komplizierte Rechnungen dargestellt werden. Das folgende Beispiel zeigt, wie das geht:

"Das Lebewesen ist ein Delphin" ist wahr, wenn "lebt im Wasser" AND "gebärt lebende Junge" AND NOT("hat 8 Tentakel" OR "ist das grösste Lebewesen") wahr ist.

Ein Lebewesen muss also sowohl im Wasser leben, wie auch lebende Jungen gebären und darf nicht Tentakel haben (Krake) oder gross sein (Wal), um ein Delphin zu sein.



Mit Null und Eins

Um mathematisch mit den Aussagen umgehen zu können, weisen wir einer falschen Aussage den Wert 0 und einer richtigen den Wert 1 zu. Wir brauchen also einfach 1 und 0 anstelle der Wörter wahr und falsch.

Ausserdem lassen wir die Aussagen selbst im Hintergrund. Es interessiert im Moment nicht mehr, ob es um Tiere, Figuren, Namen oder sonst irgendetwas geht. Wir kennen nur noch Variable, die Aussagen repräsentieren. So kann beispielsweise X die Aussage1 und Y die Aussage2 sein. Beide können also entweder den Wert 1 (wahr) oder den Wert 0 (falsch) annehmen.

Schauen wir nun unsere Verknüpfungen wieder an: Wir erstellen je einmal eine Wertetabelle für die drei Verknüpfungen AND, OR und NOT.

X	Y	X AND Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

X	Y	X OR Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

X	NOT X
0	1
1	0

Die Tabellen sind folgendermassen zu lesen: Wenn X den Wert 0 hat und Y auch, dann ist X AND Y auch 0. Wenn X den Wert 0 und Y den Wert 1 hat, dann ist X AND Y 0, X OR Y aber 1. Die Werte links vom senkrechten Strich sind also jeweils die Eingangswerte und rechts vom Strich steht jeweils das Resultat.

Zur Überprüfung schauen wir uns nochmals die Beispiele aus dem Theorieteil über Aussagenlogik an: Bei der AND Verknüpfung ist das Resultat nur dann wahr, wenn beide Aussagen wahr sind. also ist X AND Y nur dann 1 (wahr), wenn sowohl X als auch Y wahr (1) sind. Das sieht man auf der linken Wertetabelle sehr gut.

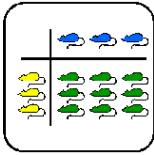
Überprüfe nun die beiden anderen Tabellen genau gleich.

Wenn Du die AND-Tabelle genau ansiehst, merkst Du vielleicht, dass die Werte für X AND Y jeweils gerade das Produkt von X und Y sind. Wir haben es bei der AND-Verknüpfung also mit einer logischen Multiplikation zu tun.

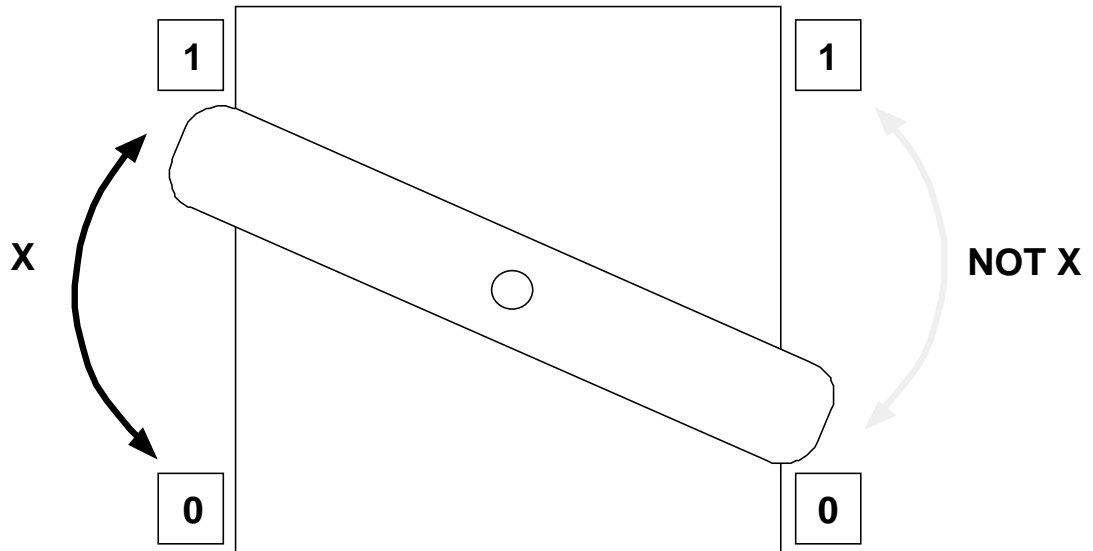
Im Gegensatz dazu ist die OR-Verknüpfung eine Addition. Man muss aber dabei davon ausgehen, dass alle Werte die grösser sind also 0 nicht falsch sind. ($1 + 1 = 2$ und zwei ist wahr, also das gleiche wie 1).

NOT X ist dann gleich $1 - X$, also quasi eine Subtraktion.

So könnte nun in der Aussagenlogik also gerechnet werden. Dies weiter auszuführen würde aber den Rahmen dieses Postens sprengen. Du solltest aber schon wissen, was eine AND, eine OR oder eine NOT Verknüpfung bedeutet und auch die entsprechenden Wertetabellen aufzeichnen können.



NOT-Apparat



OR-Apparat

