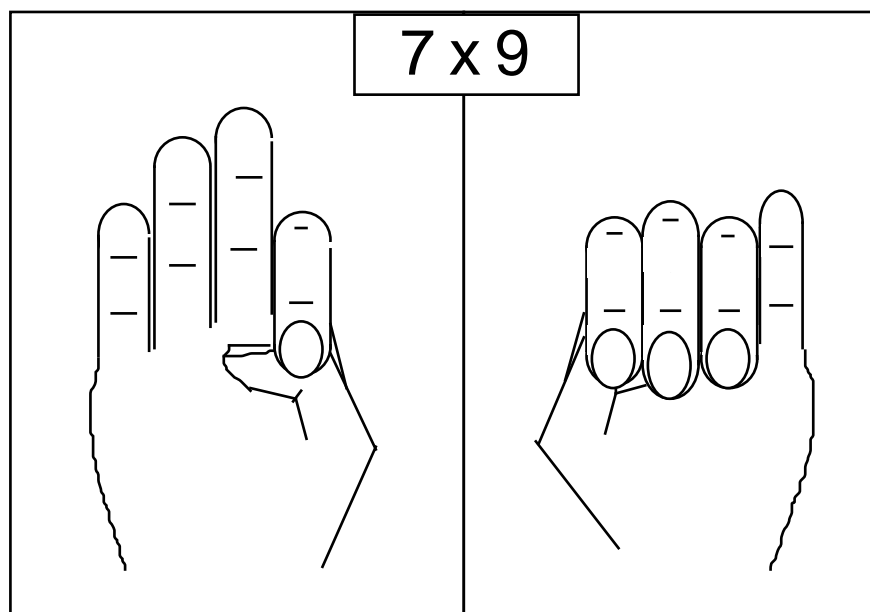
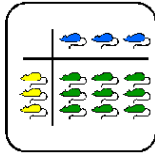


# Finger Multiplikation





<b>Thema:</b>	Die Multiplikation mit den Fingern
<b>Schultyp:</b>	Mittelschule, technische Berufsschule, Fachhochschule
<b>Vorkenntnisse:</b>	Keine spezifischen Kenntnisse erforderlich, Basis Mathematik Wissen ist genügend
<b>Bearbeitungsdauer:</b>	45 - 60 Minuten
<b>Fassung vom:</b>	15.9.95
<b>Schulerprobung:</b>	nein

## Übersicht

Der Posten erklärt ein konkretes Verfahren, das die schnelle Durchführung von Multiplikationen aller Zahlen zwischen 5 und 10 mit den Fingern erlaubt. Die Schülerinnen und Schüler studieren zuerst die Theorie. Dann lösen sie ein einfaches Beispiel "von Hand". Schliesslich versuchen sie herauszufinden, wieso diese Methode funktioniert.

## Lernziele

Grundoperationen wie die Multiplikation zweier Zahlen lassen sich durch die einfache Anwendung der Finger lösen. Die Hand des Menschen ist das älteste und am weitesten verbreitete Hilfsmittel zum Zählen und Rechnen, das die Völker im Lauf der Geschichte verwendet haben

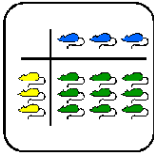
Nach Bearbeiten des Postens kennen die Schülerinnen und Schüler ein konkretes Verfahren, um zwei Zahlen zwischen 5 und 10 mit den Fingern multiplizieren zu können. Sie können das Verfahren an einfachen Beispielen selbst "von Hand" anwenden. Sie können auch darlegen, weshalb diese Methode funktioniert.

## Material

- *Theorie:* Die Multiplikation mit den Fingern

## Quellen

Georges Ifrah: *Die Zahlen* - Die Geschichte einer grossen Erfindung. New York 1992  
(Campus Verlag)



## Hinweise, Lösungen

### Lösung Auftrag 3

Wir wollen zwei Zahlen zwischen 5 und 10 multiplizieren, das heisst:

$$(5 + u) * (5 + v)$$

Unsere Methode macht folgendes:

$$(u + v) * 10 + (5 - u) * (5 - v)$$

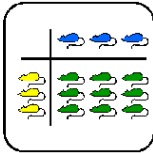
und das ist gleich

$$10*u + 10*v + 25 - 5*u - 5*v + u*v$$

$$= 5*u + 5*v + u*v + 25$$

$$= (5 + u)*(5 + v)$$

Damit ist die Korrektheit der Methode bewiesen!



## Lehrer-Lernkontrolle / Test

### Aufgabe 1

Du kennst das *Finger Verfahren* für die Multiplikation von zwei Zahlen. Löse damit folgende Rechnung:  $6 \times 9 = ?$  Notiere die *einzelnen Schritte*, welche zum Resultat führen. Die Aufgabe ist dann gut gelöst, wenn aus den einzelnen Schritten ersichtlich ist, wie das Verfahren funktioniert. Der *Weg* ist wichtiger als das Resultat!

### Aufgabe 2

Mister Alien hat zwei Hände mit je 10 Fingern. Er möchte eine analoge Methode entwickeln für die Multiplikation von Zahlen zwischen 10 und 20. Kannst Du ihm helfen? Probiere es mit 12 mal 18 aus. Hinweis: Überlege Dir, wie bewiesen wurde, dass die bisherige Methode korrekt ist.

## Lösungen und Taxierung

### Aufgabe 1

Einknicken: (6-5) Finger einer Hand und (9-5) Finger der anderen Hand

Resultat: 5 Finger eingeknickt; 4 Finger an einer und 1 Finger an den anderen Hand ausgestreckt

Also:  $6 \times 9 = 5 \times 10 + 4 \times 1 = 54$

Die Aufgabe verlangt vom Schüler eine Anpassung des Gelernten an eine leicht geänderte Problemstellung. Die Aufgabe ist deshalb als mindestens **K2** zu taxieren.

### Aufgabe 2

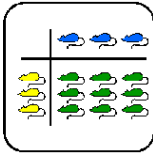
Beispiel: Produkt von 12 mal 18

Einknicken: (12-10) Finger einer Hand und (18-10) Finger der anderen Hand

Resultat: 10 Finger eingeknickt; 8 Finger an einer und 2 Finger an den anderen Hand ausgestreckt

Also:  $12 \times 18 = 10 \times 20 + 8 \times 2 = 216$

Um die Aufgabe zu lösen, muss die Schülerin wiederum Teile des Gelernten abändern und auf eine neue Situation anwenden. Die Aufgabe ist als **K3** zu taxieren.



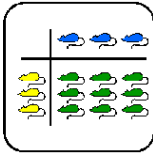
## Was soll ich hier tun?

Du kennst die Schulmethode, um zwei Zahlen miteinander zu multiplizieren.

Hier lernst Du ein Verfahren kennen, das es erlaubt, zwei Zahlen zwischen 5 und 10 miteinander zu multiplizieren. Dieses Verfahren bedient sich ausschliesslich der Finger. Der Posten besteht aus den folgenden drei Aufträgen:

- (1) Studiere die **Theorie** "*Das Rechnen mit den Fingern*"  
(20 - 30 Minuten)
- (2) Löse "von Hand" folgende Multiplikation  $8 \times 6 = ?$  Verwende das *Finger-Verfahren* zur Berechnung des Resultats. Probiere es dann mit anderen Zahlen.  
(5 Minuten)
- (3) Beweise, dass diese Methode das richtige Resultat für alle Zahlen zwischen 5 und 10 liefert. (10 - 15 Minuten)

Den Theorieteil sollte jeder für sich studieren. Die Aufträge (2) und (3) könnt Ihr, wenn Ihr wollt, auch in Gruppen (2 oder 3 Personen) bearbeiten.



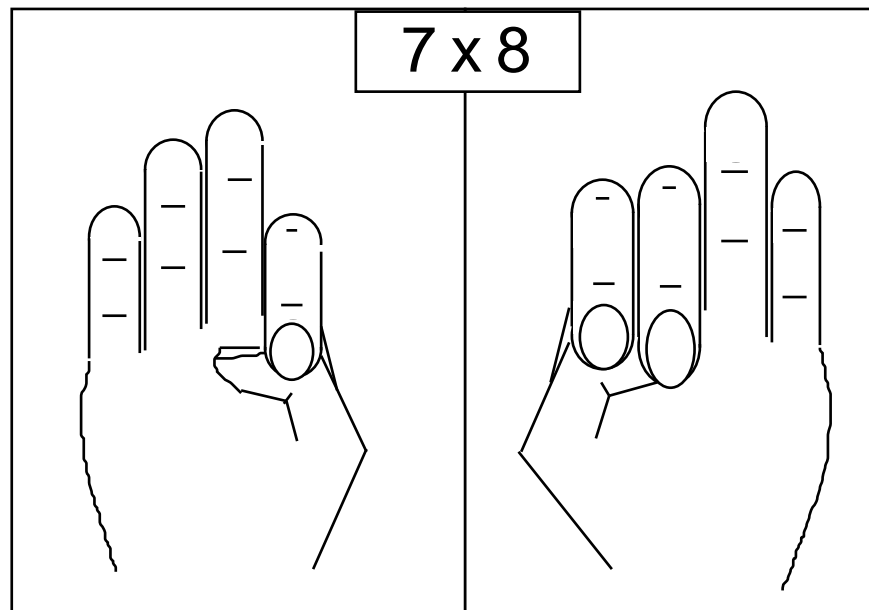
## Das Rechnen mit den Fingern

Die menschliche Hand lässt sich nicht nur zum Zählen, sondern auch zum Rechnen gebrauchen. Es gibt Bauern aus der Auvergne in Frankreich, die allein mit ihren Fingern multiplizieren können, ohne sich eines anderen Hilfsmittel zu bedienen. Sie führen damit eine alte Tradition fort, deren Spuren noch in Indien, im Irak, in Syrien, in Serbien, in Nordafrika und anderswo zu finden sind.

Um beispielweise 8 mit 9 zu multiplizieren, beugt man an der einen Hand so viele Finger, wie der Multiplikand grösser als 5 ist - bei 8 also  $8 - 5 = 3$  Finger - und hält die anderen Finger gestreckt. Danach beugt man an der anderen Hand so viele Finger, wie der Multiplikator grösser als 5 ist, in unserem Fall also  $9 - 5 = 4$  Finger. Den letzten Finger hält man gestreckt. Man errechnet dann das Produkt, indem man zunächst - im Kopf - die Gesamtzahl der gebeugten Finger mit 10 multipliziert -  $(3 + 4) \times 10 = 70$  - und zu diesem Teilergebnis anschliessend das Produkt aus der Anzahl der jeweils gestreckten Finger beider Hände addiert - also  $2 \times 1 = 2$ . So kommt man zum richtigen Ergebnis:

$$8 \times 9 = (3 + 4) \times 10 + (2 \times 1) = 72.$$

Hier noch zwei andere Beispiele:

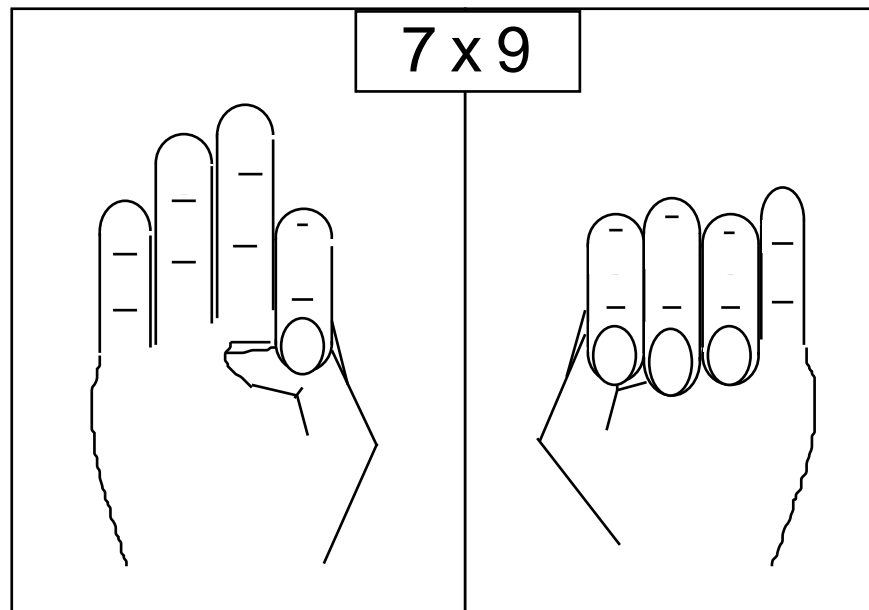
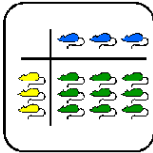


### Produkt von 7 mal 8

Einknicken: (7-5) Finger einer Hand und (8-5) Finger der anderen Hand

Resultat: 5 Finger eingeknickt; 3 Finger an einer und 2 Finger an den anderen Hand ausgestreckt

Also:  $7 \times 8 = 5 \times 10 + 3 \times 2 = 56$



**Produkt von 7 mal 9**

Einknicken: (7-5) Finger einer Hand und (9-5) Finger der anderen Hand

Resultat: 6 Finger eingeknickt; 3 Finger an einer und 1 Finger an den anderen Hand ausgestreckt

Also:  $7 \times 9 = 6 \times 10 + 3 \times 1 = 63$

Dieses konkrete Verfahren, das unsere Vorfahren sicherlich auf empirische Weise gefunden haben, ist unfehlbar: es erlaubt die schnelle Durchführung von Multiplikationen aller Zahlen zwischen 5 und 10.

Dieses Beispiel zeigt, wie es Menschen auch ohne unsere Art, mit den "arabischen" Ziffern zu rechnen, mit Phantasie, gestützt auf ihr Gedächtnis und die Möglichkeiten ihrer Finger, über Jahrhunderte hinweg gelungen ist, sich aus der Verlegenheit zu ziehen...