Stationäre Zuverlässigkeits-analyse

Thema:	Stationäre Zuverlässigkeitsanalyse
Schultyp:	Mittelschule, Berufsschule, Fachhochschule
Vorkenntnisse:	Mengenlehre, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Algebra
Bearbeitungsdauer:	60-90 Minuten
Fassung vom:	8. September 1995
Schulerprobung:	nein

Übersicht

Die quantitative Bestimmung der ‘Zuverlässigkeit’ eines einzelnen Gerätes, einer einzelnen Komponente oder die ‘Verlässlichkeit’ eines Individuums kann im allgemeinen durch Erfahrung gewonnen werden. Die Bestimmung der Zuverlässigkeit einer ganzen Gruppe zusammenarbeitender Geräte resp. Komponenten oder einem Team von Individuen hingegen, ist abhängig von der Struktur der Zusammenarbeit, Verantwortung und Aufgaben der einzelnen Komponenten resp. Individuen. Diese Struktur der Zusammenarbeit bestimmt dann in welcher Form die Zuverlässigkeiten der einzelnen Teile in die Zuverlässigkeit des ganzen Systems eingeht, d.h. ob z.B. Zuverlässigkeiten addiert, multipliziert oder gar ignoriert werden.

Dieser Werkstattposten zeigt mit zwei Beispielen worauf es bei der stationären Zuverlässigkeitsanalyse ankommt, welche Randbedingungen berücksichtigt werden müssen und gibt zur Vertiefung des Stoffes zwei Übungsaufgaben zur Bearbeitung.

Lernziele

- Verständnis des grundlegenden Begriffs der Zuverlässigkeit,
- Erkennen der notwendigen Randbedingungen für eine mathematisch, praktikable Lösung,
- Erkennen der Struktur der Zusammenarbeit von Geräten und Individuen,
- Anwenden der stationären Zuverlässigkeitsanalyse für alltägliche Probleme.

Material

- Computer oder programmierbarer Taschenrechner

Quellen

Birolini, A.: Qualität und Zuverlässigkeit technischer Systeme, Springer Verlag.

Hinweise, Lösungen

Lösung Auftrag 2

Aufgabe 1

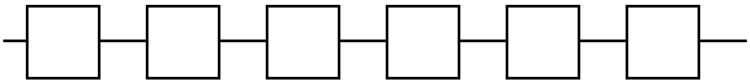

Abbildung 1: ZBD Rechenanlage

λ_{tot} = 1/ 20’000+1/10’000+1/50’000+1/50’000+1/5’000+1/2’000+1/10’000= 99/100’000 h^{-1}

$MTBF_{tot}$ = 1/ λ_{tot} = 1’010 h

Da 5 Monate ca. 1000 Arbeitstunden entsprechen, ist die Gefahr eines vollständigen Systemausfalls während dieser Zeit recht hoch (≈ 100%)!

Leicht wird erkannt, dass der Harddisk wohl die schwächste Komponente ist (2’000 h). Wenn Du nun zwei gleiche Harddisks zur Verfügung hast, kannst Du dieses Probleme bei geschickter Back-Up-Strategie einfach lösen. Durch die Redundanz erhalten wir dadurch eine Parallelschaltung der beiden Harddisks im ZBD, und die neue MTBF berechnet sich wie folgt:

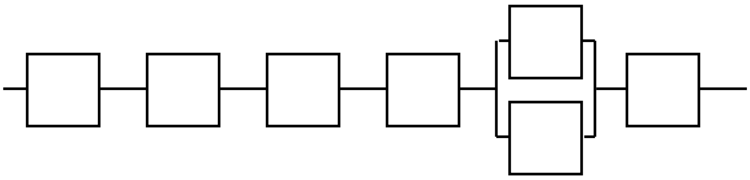

Abbildung 2: ZBD Rechenanlage mit Ersatz

l_{tot} = 1/ 20’000+1/10’000+1/50’000+1/50’000+1/5’000+1/3’000+1/10’000= 82/100’000 h^{-1}

$MTBF_{tot}$ = 1/ λ_{tot} = 1’220 h

Vielleicht lohnt es sich einen besseren (teureren) Harddisk und einen besseren Drucker mit je MTBF = 10’000 h zu beschaffen :

λ_{tot} = 49/100’000 h^{-1}; $MTBF_{tot}$ = 1/ λ_{tot} ≈ 2’000 h (Ausfallwahrscheinlichkeit ≈ 50%)

Taxierung: Der Schüler/Student muss das Problem berechnen, das Resultat dann qualtitativ beurteilen und sinnvolle Verbesserungen vorschlagen K4

Aufgabe 2

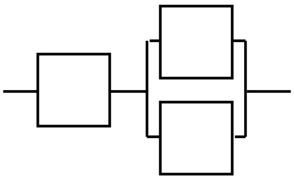

Abbildung 3: ZBD Volley-Ball-Team

λ_{tot} = 1/20 h^{-1} + 1/ (3/2) 10 h^{-1} = 7/60 h^{-1}

$MTBF_{tot}$ = 1/ λ_{tot} = 8,57 h

Bei einer MTBF von 8.57 h und einer Turnierdauer von 3 Stunden ist die Wahrscheinlichkeit einer Disqualifikation durch Ausfall ca. 35%.

Taxierung: Der Schüler/Student muss das Problem berechnen und das Resultat qualitativ beurteilen K4

Lehrer-Lernkontrolle / Test

Aufgabe 1

Berechne die MTBFs für beide Systeme aus den MTBFs ihrer Komponenten. (4 Minuten)

a)

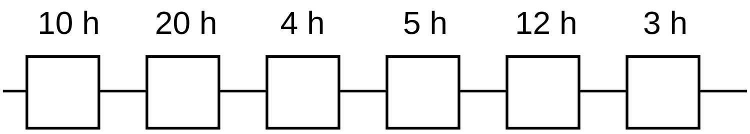

Abbildung 4: ZBD Aufgabe 1 a)

b)

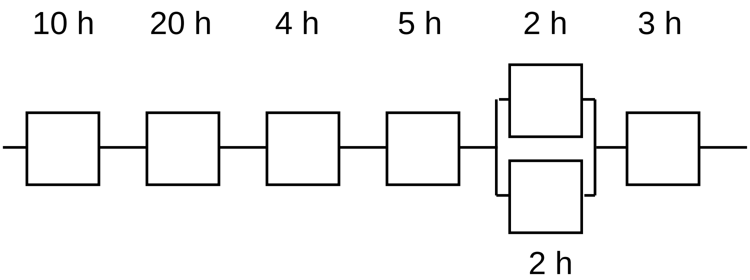

Abbildung 5: ZBD Aufgabe 1 b)

Aufgabe 2

Unter welchen Voraussetzungen darf mit MTBF gerechnet werden ? (3 Minuten)

Lösungen und Taxierung

Aufgabe 1

a) $MTBF_{tot} = 60/61$ h

b) $MTBF_{tot} = 60/76$ h

Taxierung: Die Aufgabe verlangt vom Schüler/Studenten die Anpassung des Gelehrten an leicht geänderte Verhältnisse K2

Aufgabe 2

Mit MTBF darf nur im stationären Fall gerechnet werden. Der stationäre Fall liegt dann vor, wenn λ konstant ist, d.h. wenn λ nicht mehr eine Funktion von t ist: $\lambda(t) = \lambda$.

Taxierung: Um die Frage zu beantworten, muss der Schüler/Student die Theorie verstanden haben K2

Was kann ich an diesem Werkstatt-Posten profitieren ?

Sicher hast Du Dich schon gefragt, wie Du wohl vorgehen musst, wenn Du die Zuverlässigkeit Deiner Computer- oder Stereoanlage zuhause, oder die 'Verlässlichkeit' Deines Volleyball-Teams berechnen willst. Wenn Dich solche Fragestellungen interessieren, dann ist das der richtige Posten.

Natürlich unterscheiden sich technische Anlagen von natürlichen, lebendigen Gebilden und Strukturen wie z.B. einem Team in verschiedenen Belangen. Die Rechenregeln der Mengenlehre und der Wahrscheinlichkeit gelten aber grundsätzlich immer. Wenn man nun vom Begriff 'Zuverlässigkeit' genügend abstrahiert, so kann sowohl eine technische Anlagen wie auch ein Volleyball-Team mit ähnlichen Begriffen charakterisiert werden.

Was habe ich zu tun ?

1) Im Kapitel 'Theorie und Hintergründe' wird versucht, Dir einen Einblick in die Theorie der 'Zuverlässigkeit' zu geben. Versuche Begriffe, Definition, Randbedingungen und Eigenschaften der stationären Zuverlässigkeitsanalyse zu reflektieren. Wenn Du diesen Posten mit einem Kameraden zusammen bearbeitest, diskutiere mit ihm die im Teil 'Theorie und Hintergründe' thematisierten Begriffe. (ca. 20-30 Minuten)
2) Studiere die beiden Anwendungen auf diesem Aufgabenblatt. (ca. 20-30 Minuten)
3) Zur Repetition und weiteren Anwendung des Stoffes bearbeite die zwei nachfolgenden Übungsaufgaben. (ca. 20-30 Minuten)

Viel Spass !

Theorie und Hintergründe

Die Zuverlässigkeit beschreibt die Wahrscheinlichkeit einer Einheit eine geforderte Funktion unter vorgegebenen Arbeitsbedingungen während einer festgelegten Zeitdauer ausfallfrei auszuführen. Ein Ausfall triff also dann ein, wenn eine Betrachtungseinheit aufhört die geforderte Funktion zu erfüllen.

Zur Analyse der Zuverlässigkeit eines ganzen Systems müssen zunächst die Zuverlässigkeiten all seiner Teile oder Komponenten bestimmt werden. Die Zuverlässigkeit einer einzelnen 'unteilbaren' Komponente wird durch Erfahrung oder durch Messung bestimmt. Je nach Struktur der Zusammenarbeit und Abhängigkeit der einzelnen Teile wird dann die Zuverlässigkeit des Gesamtsystems berechnet.

Die Zuverlässigkeit einer Komponente ist i.a. eine Funktion der Zeit, d.h. ihr Wert ist abhängig vom Alter einer Komponente. Aus vielen Experimenten weiss man jedoch, dass der Ausfall einer Komponente zu Beginn ihres Lebenszyklus (Frühausfälle) und bei hohem Alter (Verschleissausfälle) am grössten ist. Dazwischen kann man von einem konstanten, altersunabhängigen Wert ausgehen. Wir sprechen dann von Ausfällen mit konstanter Ausfallrate, d.h. vom sog. stationären Fall.

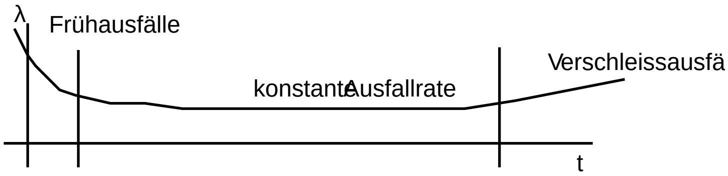

Abbildung 6: Badewannekurve

Die Zuverlässigkeit eines ganzen Systems, aber auch einzelner Komponenten im stationären Fall, kann durch die Ausfallrate λ charakterisiert werden. Die Ausfallrate λ ist dabei eine statistische Grösse und gibt vor 'wie oft im Mittel ein Ausfall pro Zeiteinheit eintritt'. Meist wird jedoch nicht die Ausfallrate, sondern die 'mittlere Zeit zwischen zwei Ausfällen', die sog. MTBF (mean time between failures), vorgegeben. Auch diese Grösse ist wiederum eine statistische Grösse. Im stationären Fall existiert zwischen dem λ und der MTBF einer Komponente ein einfacher Zusammenhang: $\lambda = 1/MTBF$.

Im Fall verschleissfreier Elemente ohne Frühausfälle, d.h. im stationären Fall, gilt in weiten Grenzen $\lambda(t) = \lambda$. Dadurch kann die Ausfallrate als exponentiell verteilt angenommen werden.

Diese Wahrscheinlichkeitsverteilung hat nun die angenehme Eigenschaft, dass sie kein Gedächtnis hat: unabhängig davon ob eine Komponente neu ist oder bereits N Zeiteinheiten im Betrieb ist, kann sie mit der selben Wahrscheinlichkeit ausfallen: $R(t) = e^{-\lambda t}$.

Die Bestimmung der Zuverlässigkeit einer Gruppe zusammenarbeitender Komponenten oder einem Team von Individuen hingegen ist abhängig von der Struktur der Zusammenarbeit, Verantwortung und Aufgaben der einzelnen Komponenten resp. Individuen. Die Struktur der Zusammenarbeit bestimmt in welcher Form die Zuverlässigkeiten der einzelnen Teile in die Zuverlässigkeit des ganzen Systems eingeht. Zu diesem Zweck kann ein sog. Zuverlässigkeitsblockdiagramme (ZBD) definiert werden.

System ohne Redundanz:

Wenn zur Erfüllung einer Funktion alle Elemente funktionieren müssen, so sprechen wir von Zuverlässigkeit ohne Redundanz. In diesem Fall besteht das ZBD aus einer Serieschaltung der einzelnen Komponenten:

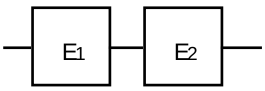

Abbildung 7: ZBD mit Serieschaltung

Für eine Untersuchung geht man von der Annahme aus, dass jedes Element unabhängig von anderen arbeitet oder ausfällt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Element E_1 im Zeitintervall (0, t) ausfallfrei arbeitet, sei gleich der Zuverlässigkeitsfunktion $R_i(t)$ des Elementes E_1:

$Pr\{e_1\} = R_i(t)$.

Die ganze Betrachtungseinheit arbeitet dann ausfallfrei, wenn gleichzeitig alle Elemente E_1, E_2, ...E_n im Intervall (0, t) ausfallfrei arbeiten und die Zuverlässigkeit berechnet sich durch die Multiplikation der Zuverlässigkeiten seiner Elemente:

$R_B(t) = Pr\{e_1 \cap e_2 \cap \ldots \cap e_n\} = \Pi^n_{i=1} R_i(t) = e^{-\lambda_1 t} \cdot \ldots \cdot e^{-\lambda_n t} = e^{-(\lambda_1 + \ldots + \lambda_n)t}$

Da wir uns ja nicht in erster Linie für die Wahrscheinlichkeit R_B, sondern für die Ausfallrate λ_B resp. die $MTBF_B$ interessieren, müssen wir bloss wissen, dass in diesem Fall die Ausfallraten addiert werden müssen und die $MTBF_B$ der Reziprokwert von λ_B ist:

$\lambda_B = \sum^n_{i=1} \lambda_i$ und $MTBF_B = 1/\lambda_B.$

System mit Redundanz:

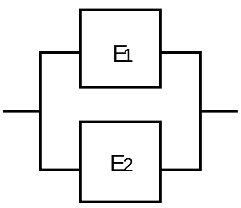

Abbildung 8: ZBD mit Parallelschaltung 1 aus 2

Sind zur Erfüllung einer Funktionen k aus n Elementen notwendig, bilden n-k Elemente die Reserve. Eine solche Struktur wird als Redundanz bezeichnet. Das ZBD wird in diesem Fall zu einer Parallelschaltung:

Gehen wir von einer Redundanz 1 aus 2 aus: Die Geforderte Funktion ist erfüllt, wenn im Intervall (0, t) mindestens eines der Elemente E_1 oder E_2 ausfallfrei arbeitet. Wir erhalten dann folgende Wahrscheinlichkeiten für die Parallelschaltung:

$R_B(t) = \Pr\{e_1 \quad e_2\} = \Pr\{e_1\} + \Pr\{e_2\} - \Pr\{e_1 \cap e_2\}$.

Da E_1 und E_2 unabhängig voneinander arbeiten und ausfallen, erhalten wir:

$R_B(t) = R_1(t) + R_2(t) - R_1(t) \cdot R_2(t)$.

Der Spezialfall gleicher Elemente mit konstanter Ausfallrate führt zu:

$R_B(t) = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}$ und $MTBF_B = 3/2\ MTBF$.

Typische Anwendungen

1) **Berechnung von Zuverlässigkeitsblockdiagrammen:**

Nach Analyse eines Systems erhalten wir folgendes Zuverlässigkeitsblockdiagramm:

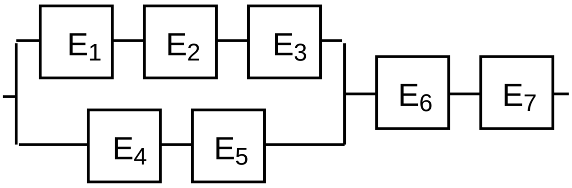

Abbildung 9: Ausgangssituation

Du kannst sofort erkennen, dass die Elemente E_1, E_2 und E_3 redundant zu den Elementen E_4 und E_5 sind. Damit das System funktioniert, müssen somit entweder E_1, E_2, E_3, E_6 und E_7 oder E_4, E_5, E_6 und E_7 ausfallfrei funktionieren.

Um nun die Zuverlässigkeit des Gesamtsystems aus den Zuverlässigkeiten der Komponenten zu berechnen, kann wie folgt vorgegangen werden:

1. Schritt: Die Serieschaltung von E_1, E_2 und E_3 bzw. von E_4 und E_5 bzw. von E_6 und E_7 werden durch E_8, E_9 bzw. E_{10} ersetzt. Wir erhalten neu folgendes Ersatzdiagramm mit $R_8(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot R_3(t)$, $R_9(t) = R_4(t) \cdot R_5(t)$ und $R_{10}(t) = R_6(t) \cdot R_7(t)$.

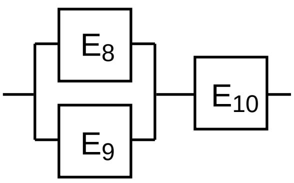

Abbildung 10: 1. Schritt: Serie-Komponenten zusammengefasst

2. Schritt: Die Parallelschaltung von E_8 und E_9 wird durch E_{11} ersetzt. Man erhält $R_{11}(t) = R_8(t) + R_9(t) - R_8(t) \cdot R_9(t)$ mit folgendem Ersatzdiagramm:

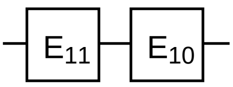

Abbildung 11: 2. Schritt: Parallel-Komponenten eliminiert

3. Schritt: Aus Schritt 1 und 2 folgt:

$R_B = R_{10}\ R_{11} = [R_1R_2R_3 + R_4R_5 - R_1R_2R_3R_4R_5]\ R_6R_7$

mit $R_B = R_B(t)$ und $R_i = R_i(t)$, i = 1,2,3...

2) **Voraussage der Zuverlässigkeit eines el. Schalters:**

Da alle Elemente an der Erfüllung der geforderten Funktion beteiligt sind, besteht das Zuverlässigkeitsblockdiagramm aus der Serieschaltung der fünf Elemente E_1 bis E_5. Dabei stellt E_5 die Leiterplatte samt Löststellen dar:

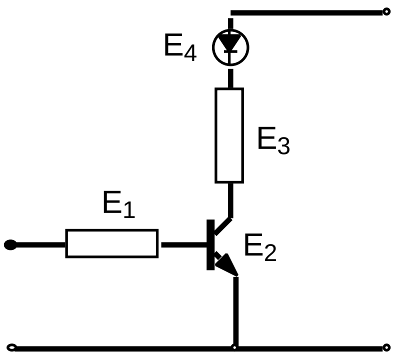

Abbildung 12: Elektronische Schaltung

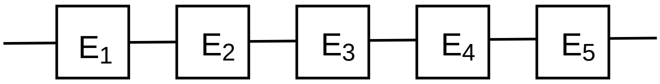

Abbildung 13: Zuverlässigkeitsblockdiagramm

Die Zuverlässigkeit dieser Schaltung wird bei folgenden Zahlenwerten für den Dauerbetrieb von 10 Jahren grösser als 0. 998.

LED:	$\lambda =$	$5 \cdot 10^{-9}\ h^{-1}$
Transistor:	$\lambda =$	$6 \cdot 10^{-9}\ h^{-1}$
Widerstände:	$\lambda =$	$1 \cdot 10^{-9}\ h^{-1}$
Lötstellen:	$\lambda =$	$2 \cdot 10^{-9}\ h^{-1}$
Schalter:	λ_{tot}	$= 15 \cdot 10^{-9}\ h^{-1}$
	$MTBF_{tot}$	$= 10^9\ h/15 \approx 67 \cdot 10^6$

Übungen

1) Verfügbarkeit Deiner Rechenanlage:

Du erhältst die Aufgabe auf Deinem Rechnersystem ein Problem in völliger Abgeschlossenheit zu lösen. Es stehen Dir zu Lösung des Problems 5 Monate Zeit zur Verfügung. Da Du während Deiner Arbeit völlig isoliert bist, kannst Du bei Ausfall einer Komponente Deines Systems weder auf keinen Ersatz noch auf Hilfe rechnen. Du musst somit frühzeitig abklären, wie es um die Zuverlässigkeit Deines Systems bestellt ist.

Dein System besteht aus der Recheneinheit, dem Bildschirm, der Tastatur, der Maus, dem Harddisk, einem Drucker und diversen Kabel. Folgende MTBFs gelten für folgende Komponenten:

Recheneinheit:	20’000 h
Bildschirm:	10’000 h
Maus:	50’000 h
Tastatur:	50’000 h
Drucker:	5’000 h
Harddisk:	2’000 h
Kabel:	10’000 h

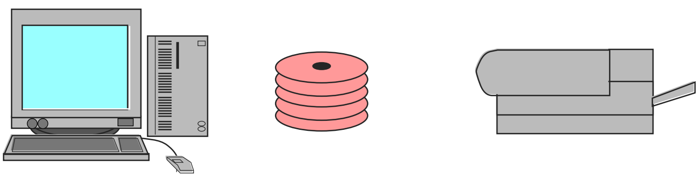

Abbildung 14: Komponenten der Rechenanlage

a) Erstelle das ZBD und berechne die MTBF für die ganze Anlage.

b) Mit welchen Massnahmen kann die Verfügbarkeit sinnvoll verbessert werden ?

2) Auf wen kann ich mich verlassen ?

Du willst mit Stephan an einem Beach-Volleyball-Turnier teilnehmen. Die Minimalbesetzung eines Teams sei in diesem Turnier zwei Spieler. Leider ist Stephan äusserst verletzungsanfällig. Im Notfall, d.h. wenn Stephan ausfällt, ist zum Glück Hans bereit, einzuspringen. Hans ist jedoch äusserst unzuverlässig. Geh nun davon aus, dass die Spieldauer ca. 3 Stunden beträgt. Die MTBF eines Spielers ist normalerweise 20 h. Sowohl bei Stephan (verletzungsanfällig) als auch bei Hans (unzuverlässig) ist die MTBF jedoch bloss 5 h.

Erstelle zu dieser Situation ein ZBD, berechne die MTBF für Dein ganzes Team und beurteile die Gefahr, dass Dein Team entweder durch eine Vakanz (Verletzung oder durch Fehlen eines Spielers) disqualifiziert wird.