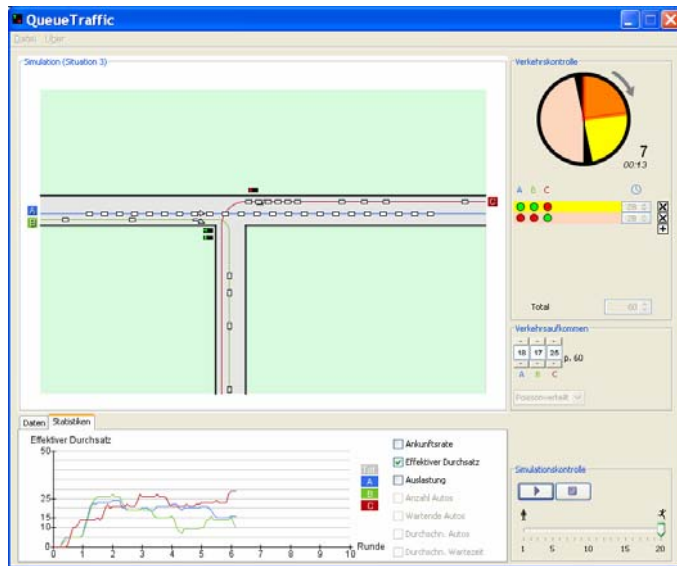
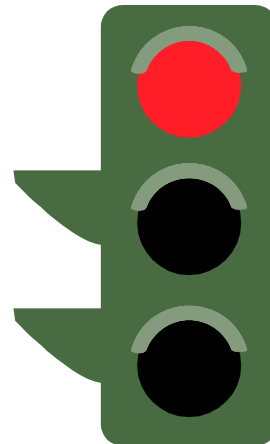


# QueueTraffic und Warteschlangen



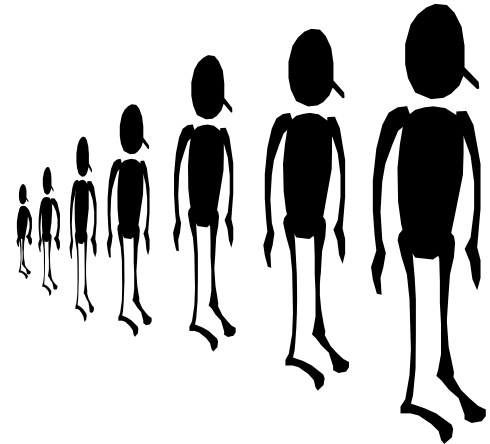
+



# Warteschlangen im Alltag

Du bist sicher schon einmal in einer Warteschlange gestanden.

- Wo?
- Worin unterscheiden sie sich?



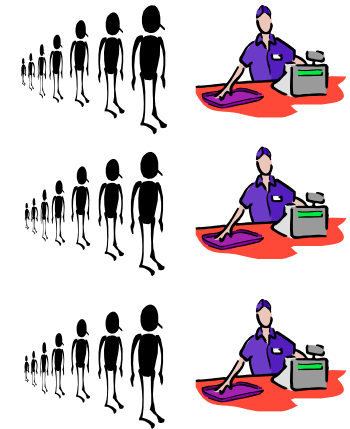
Bei Skiliften, Ticketautomaten, Kassen, beim Arzt, bei Druckern, in einem Call-Center, ...

→ Warteschlangen begegnen uns ständig!

# Beispiele: Supermarkt, Arzt

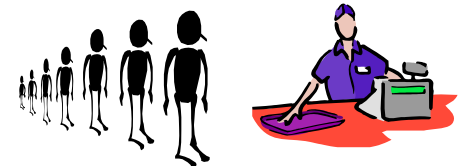
- Supermarkt: Viele Kassen, viele Schlangen

- In der Migros finden wir zusätzlich noch eine Expresskasse!



- Arzt: Ein Arzt (~Kasse), eine Schlange

- Ähnlich: Warteschlange in der Mensa, Warteschlange vor einem Skilift, ...



# Um was geht es heute?

- **Mathematisches Modell** kennen lernen
  - Wie werden Warteschlangen analysiert?
  - Was sind dabei wichtige Konzepte und Begriffe?

## Lernziele beim Einsatz von QueueTraffic:

- Begriffe **Ankunftsrate**, **Durchsatz**, **Auslastung** anschaulich erklären und mittels QueueTraffic berechnen können
- Verschiedene **Werte** für die **Auslastung** interpretieren können: Gibt es Stau oder nicht?
- Unterschied zwischen **Poissonverteilung** und **konstanter Ankunftsrate** anschaulich erklären können

# Das beste System?

Was ist besser, was schlechter?

- Viele Kassen?
- Expresskasse?
- Nummernzettel wie bei der Post?
- ...?

→ Kann man so nicht entscheiden!

→ Was man entscheiden kann: Wie gut ein System  
in einer bestimmten Situation funktioniert. 😊

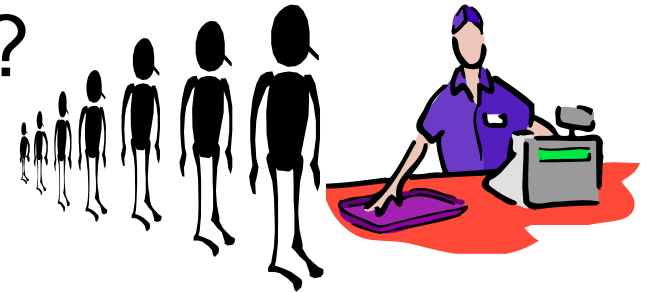
# Warteschlangen und ich: 2 Sichtweisen

- Ich bin für die Gestaltung der Warteschlangen verantwortlich:
  - Geschäftsführer eines Ladens
  - Arzt in einer Arztpraxis
  - Betreiber eines Skilifts
  - ... → Ich kann das System beeinflussen
- Ich stehe in einer Warteschlange:
  - Kunde
  - Patient
  - Skifahrer
  - ... → Ich bin vom System abhängig

# Probleme eines Geschäftsführers

- Wann und warum gibt es Stau?

- Zu viele Leute, zu wenig Kassen



- Was kann man dagegen tun?

- Mehr Schalter

- Was, wenn zu viele Schalter offen sind?

- **Kosten, Langeweile, ...**

- Niemanden mehr reinlassen 😊

- Zuerst diejenigen bedienen, die nicht lange brauchen

- **z.B. Drucker der Druckaufträge nach Grösse sortiert**

- Zeit beschränken, während der jemand bedient wird

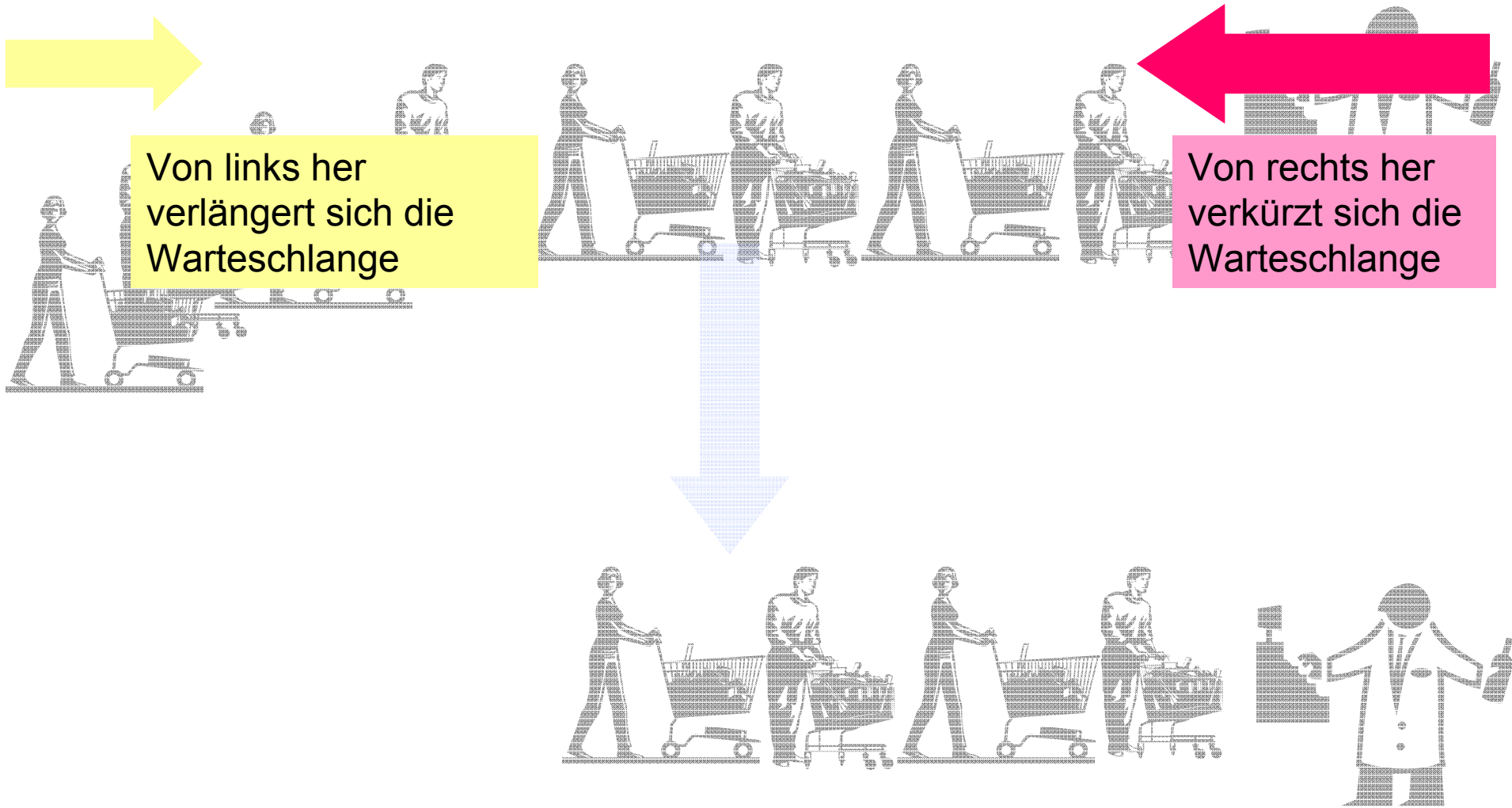
- **z.B. beschränkte Behandlungszeit beim Arzt**

# Probleme eines Kunden

- Warum hat man immer das Gefühl, dass die andere Warteschlange stets schneller vorankommt?
- Wo stelle ich mich an? Wie lange muss ich warten?
  - Wo es am wenigsten Leute in der Schlange hat?
  - Wo die Leute am wenigsten Waren abzufertigen haben?
  - Wo der schnellste Bediener sitzt?
  - Wo man nur bar zahlen kann?
  - Wo einem jemand beim Einpacken hilft?
  - ...?



# Wir beobachten



# Ankunfts- und Bedienprozess

Den Vorgang, dass sich von links her ständig neue Kunden in die Warteschlange stellen, nennt man **Ankunftsprozess**.

Wie viele neue Kunden sich in der Warteschlange innerhalb einer bestimmten Zeit anstellen, nennt man die **Ankunftsrate  $\lambda$** .

Den Vorgang, dass die Kunden von rechts her wieder aus der Warteschlange gelöscht werden, nennt man den **Bedienprozess**.

Die Zeit die ein **Bedienprozess** für einen Kunden braucht, nennt man die **Bedienzeit  $b$** .

# Ankunftsrate $\lambda$ (Lambda) und Bedienzeit $b$

- Ankunftsrate  $\lambda$ : Wie häufig kommen neue Kunden an?
  - In einem Supermarkt kommen im Durchschnitt 5 Kunden pro Stunde durch die Türe.
  - Ankunftsrate:  $\lambda = 5/60$  Kunden/Minute
- Bedienzeit  $b$ : Wie lange braucht ein Bediener für einen Kunden?
  - Der Kassierer hat im Durchschnitt 15 Minuten bis er jemanden bedient hat.
  - Bedienzeit:  $b = 15$  Minuten/Kunde

# Durchsatz $\mu$ (Mü)

Durchsatz  $\mu$ : Wie viele Kunden werden pro Zeiteinheit bedient?

Der Durchsatz ist der **Kehrwert der Bedienzeit**:

$$\mu = 1/b$$

Beispiel: Bedienzeit  $b = 15$  min / Kunde

Durchsatz:  $\mu = 1 / 15$  Kunden/Minute  
= 1 Kunde / 15 Minuten  
= 4 Kunden/Stunde

# Auslastung $\rho$ (Rho)

Auslastung  $\rho = \lambda/\mu$ : Wie sehr ist das System ausgelastet?

→ Wichtiger Parameter für Analyse von Warteschlangensystemen!

3 Beispiele:

-  $\lambda_1 = 10$  Kunden / h,  $\mu_1 = 30$  Kunden / h

-  $\lambda_2 = 30$  K. / h,  $\mu_2 = 30$  K. / h

-  $\lambda_3 = 60$  K. / h,  $\mu_3 = 30$  K. / h

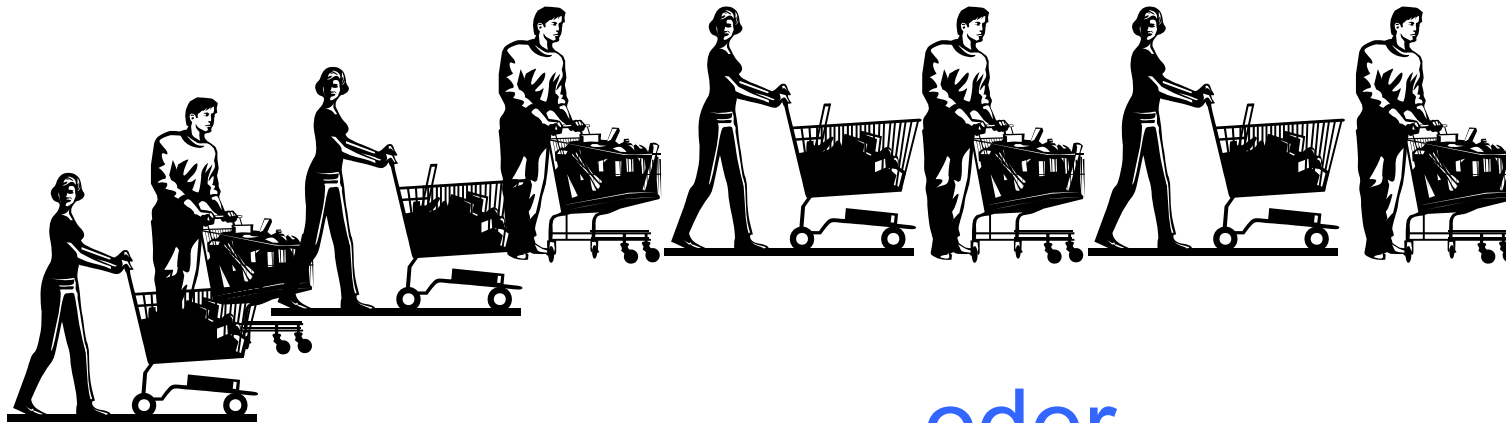
Auslastung:  $\rho_1 = \lambda_1 / \mu_1 = 10 / 30 = 0.33$

$\rho_2 = \lambda_2 / \mu_2 = 30 / 30 = 1$

$\rho_3 = \lambda_3 / \mu_3 = 60 / 30 = 2$

# Verteilung bei der Ankunft

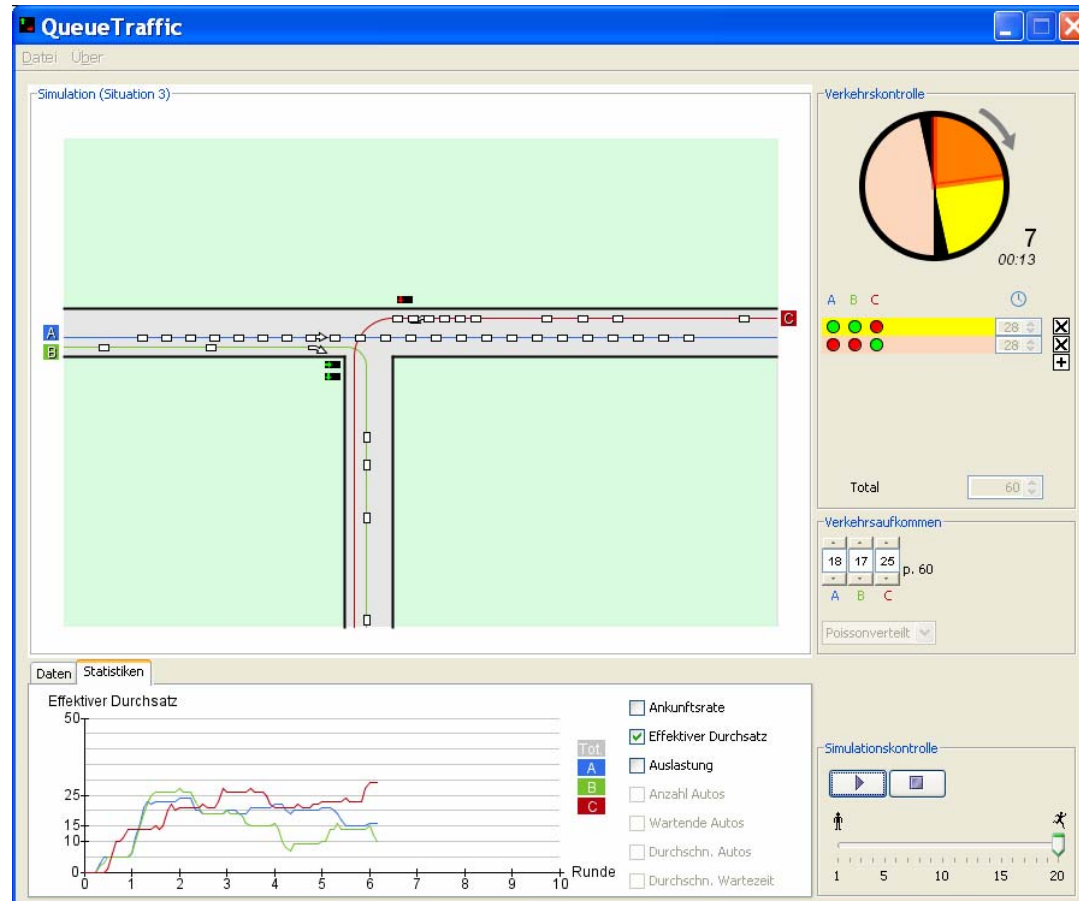
Ankunft ist in QueueTraffic ist **konstant** oder **poissonverteilt**.



oder



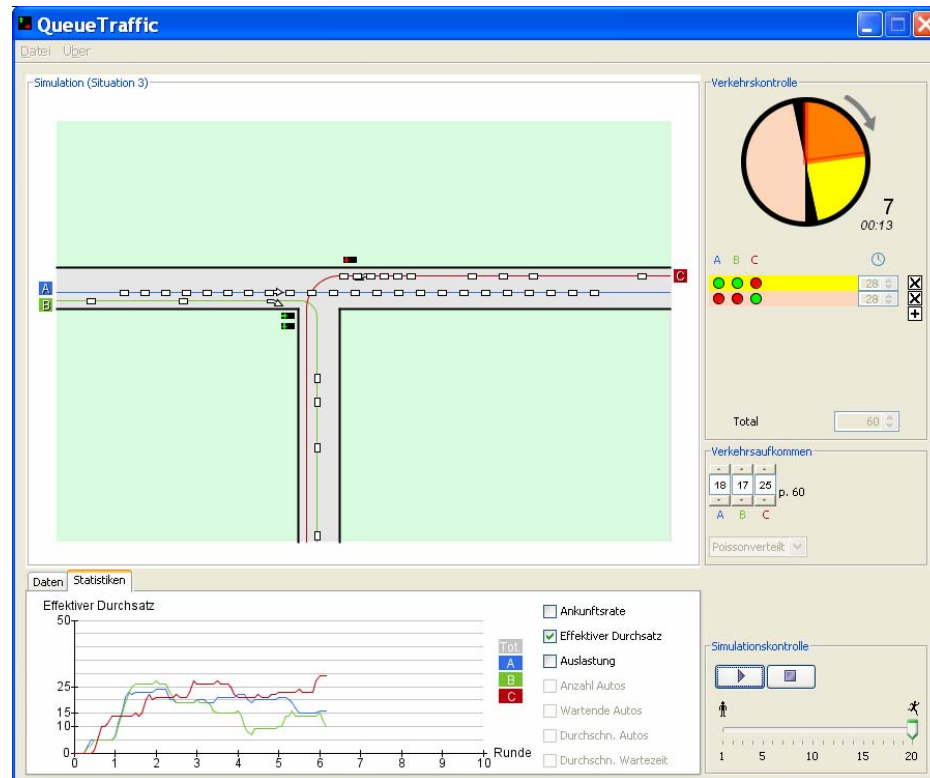
# QueueTraffic: Demo



Bezug: <http://swisseduc.ch/informatik/infotraffic/>

# 1. Aufgabe selber lösen 😊

A Einführungsaufgaben lösen bis und mit 3.





# Theoretischer und effektiver Durchsatz in QueueTraffic

- Bisher haben wir den **theoretischen Durchsatz**  $\mu_t$  betrachtet, da wir nur geschaut haben, wie viele Kunden (Autos) **theoretisch**, unter optimalen Bedingungen, abgearbeitet werden (durchfahren) könnten.
- QueueTraffic ist eine Simulation und zur Berechnung des Durchsatzes wird **gezählt**, wie viele Autos pro Runde über die Kreuzung fahren. Das nennt man den **effektiven Durchsatz**  $\mu_e$ .

# Warum braucht's den effektiven Durchsatz?

- Tatsache: Wie viele Autos *theoretisch* durchpassen würden, kann man nicht einfach so messen oder zählen.
- Die Anzahl der „abgearbeiteten“ Autos kann einfach gezählt werden!
  - Dies ergibt den effektiven Durchsatz  $\mu_e$
  - $\mu_e = \mu_t$  wird erreicht, falls  $\lambda > \mu_t$ , d.h. falls „genügend“ oder „zu viele“ Autos ankommen.

# Beispiel - Rechnung

- Ankunftsrate:

$$- \lambda = 10 \text{ Autos} / 60 \text{ s}$$

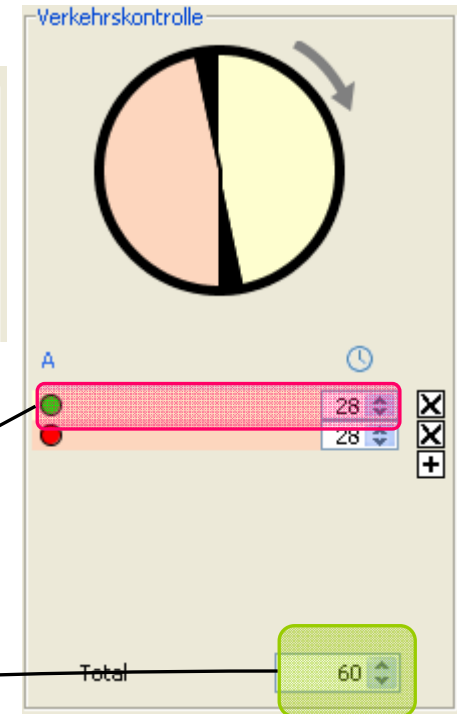


- Effektiver Durchsatz:

$$- \mu_e = 9 \text{ Autos} / 60 \text{ s}$$

- Theoretischer Durchsatz:

$$- \mu_t = (28 \text{ s} / 60 \text{ s}) * (1 \text{ Auto} / 1 \text{ s}) \\ = 28 \text{ Autos} / 60 \text{ s}$$



- Auslastung:

$$- \rho = \lambda / \mu_t \\ = (10 \text{ Autos} / 60 \text{ s}) / (28 \text{ Autos} / 60 \text{ s}) \\ = 0.36$$

berechnet!

Global	
Ankunftsrate (pro Runde)	9
Effektiver Durchsatz (pro Runde)	9
Auslastung	0.32

simuliert!  
(gezählt)

# Bemerkungen zu den Berechnung in QueueTraffic

- Verkehrsaufkommen ist pro 60 s



- Formel Theoretischer Durchsatz

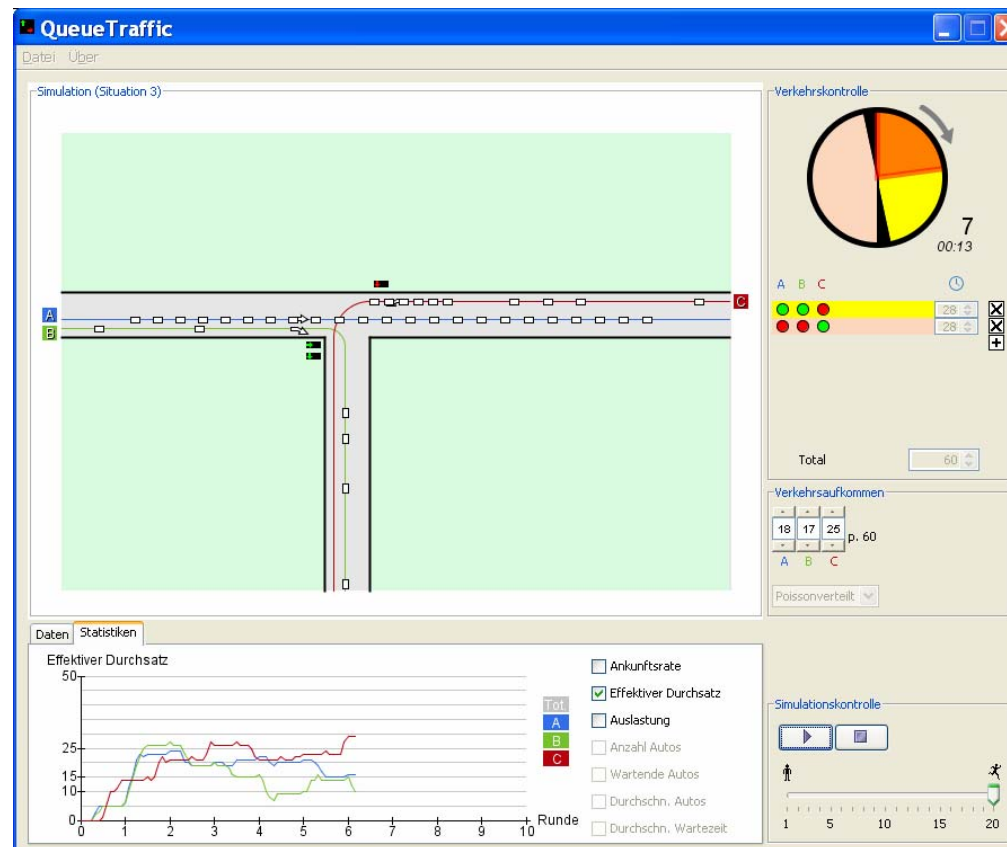
$$\mu_t = \text{„Anteil Grünzeit“} * \text{Kapazität Spur}$$

$$\text{Bsp.: } \mu_t = 28\text{s}/60\text{s} * 1 \text{ Auto/s}$$

fix vorgegeben!

- Verwendung des theoretischen Durchsatzes  $\mu_t$  zur Berechnung der Auslastung:  $\rho = \lambda / \mu_t$

...und jetzt seid Ihr dran! 😊



# Die wichtigsten Begriffe

<b>Begriff</b>	<b>Beispiel</b>
Ankunftsrate $\lambda$	12 Autos/Minute
Bedienzeit $b$	0.1 Minute/Auto
Durchsatz $\mu_t = 1/b$	10 Autos/Minute
Auslastung $\rho = \lambda / \mu_t$	1.2

# Zusammenhang zwischen Auslastung $\rho = \lambda / \mu_t$ und Stau

Allgemein gilt:

- $\rho < 1 \Rightarrow$  kein (oder wenig) Stau: System nicht ausgelastet
- $\rho \approx 1 \Rightarrow$  „ein bisschen“ Stau: System ausgelastet
- $\rho > 1 \Rightarrow$  Stau, wächst und wächst: System überlastet

**Praktische Interpretation:** Stau falls  $\lambda > \mu_t$ , also falls die Ankunftsrate grösser ist als der (theoretische) Durchsatz.

- Also: Wenn mehr Autos kommen als abgearbeitet werden können, gibt's Stau!

# Um was **ging** es heute?

- **Mathematisches Modell** kennen lernen
  - Wie werden Warteschlangen analysiert?
  - Was sind dabei wichtige Konzepte und Begriffe?

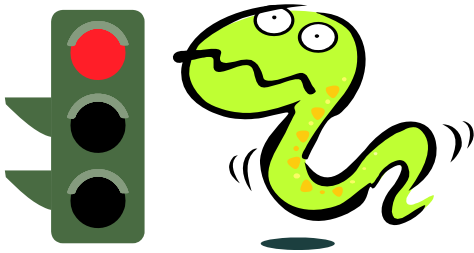
## Lernziele beim Einsatz von QueueTraffic:

- Begriffe **Ankunftsrate**, **Durchsatz**, **Auslastung** anschaulich erklären und mittels QueueTraffic berechnen können
- Verschiedene **Werte** für die **Auslastung** interpretieren können: Gibt es Stau oder nicht?
- Unterschied zwischen **Poissonverteilung** und **konstanter Ankunftsrate** anschaulich erklären können

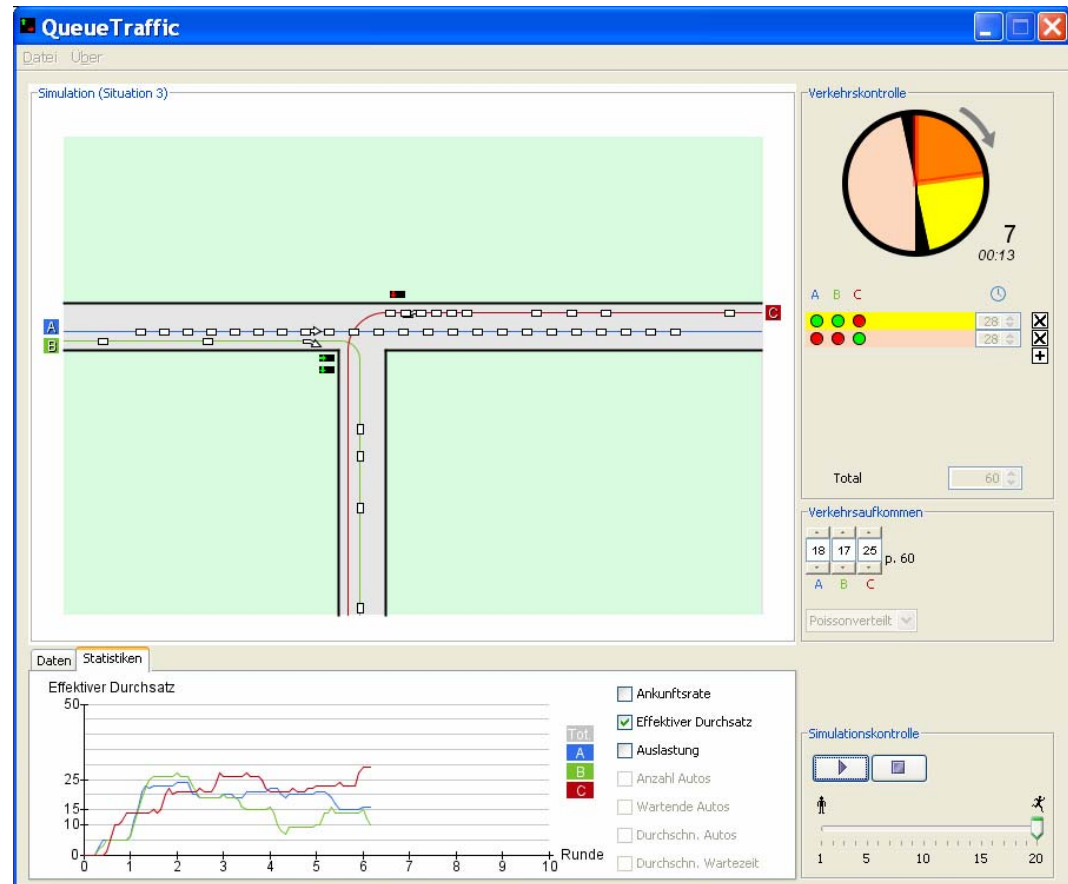


# THE END 😊

## QueueTraffic und Warteschlangen



Anmerkungen:  
rarnold@wherever.ch



<http://swisseduc.ch/informatik/infotraffic/>