

Folgen und Reihen

1. Arithmetische Folge

Von einer arithmetischen Folge kennt man das Glied $a_1 = 8$ und $a_{10} = 71$.

- (a) Wie lauten die ersten 7 Glieder der Folge?
- (b) Wie lautet das Glied a_{50} ?
- (c) Wie gross ist die Summe der Glieder a_{21} bis und mit a_{50} ?

2. Arithmetische Folge 2

Eine arithmetische Folge beginnt mit 2 und hat als 2775. Glied die Zahl 524'288.

- (a) Wie lauten die ersten 3 Glieder der Folge?
- (b) Gesucht ist die rekursive und die explizite Definition der Folge.

3. Geometrische Folge

Drei Zahlen, von denen die zweite 17 grösser ist als die erste, die dritte 34 grösser als die zweite, bilden eine GF. Wie heissen die Zahlen?

4. eingeschobne Zahlen

Zwischen den Zahlen 800 und 1575 sollen 24 Zahlen eingeschoben werden, so dass eine arithmetische Folge entsteht. Gesucht ist die rekursive Definition der entstehenden Folge.

5. Rekursive und explizite Definition von Folgen

- (a) Die Folge $a_1, a_2, a_3, \dots$ ist explizit definiert durch

$$a_n = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

Wie lautet eine rekursive Beschreibung dieser Folge?

- (b) Die Folge $b_1, b_2, b_3, \dots$ ist rekursiv definiert durch

$$b_1 = 1$$

$$b_n = b_{n-1} - \frac{2}{4n^2 - 8n + 3}$$

Wie könnte eine explizite Formel für diese Folge lauten und wie könnte die Vermutung bewiesen werden?

6. Rekursive und explizite Definition von Folgen

Die Folge $a_1, a_2, a_3, \dots$ ist rekursiv definiert durch

$$a_1 = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$a_n = a_{n-1} + \frac{1}{n(n+1)}$$

Wie könnte eine explizite Formel für diese Folge lauten und wie könnte man die Vermutung beweisen?

7. Kreise, Kreise, Kreise

Gegeben sind n Kreise in der Ebene, so dass sich je zwei Kreise paarweise in zwei Punkten schneiden, sich aber nie drei oder mehr Kreise in einem Punkt schneiden. In wieviele Gebiete wird die Ebene durch die Kreise aufgeteilt? Gesucht ist eine rekursive *oder* eine explizite Formel.

8. Unterteilung einer Ebene

g_n bezeichne die Anzahl der Gebiete, in welche die Ebene durch n Geraden maximal zerlegt wird. Wie lautet eine rekursive, wie eine explizite Definition der Folge g ?

9. Summe der geraden Kubikzahlen

Gesucht ist eine *explizite* Formel für die Summe s_n der ersten n geraden Kubikzahlen

$$s_n = 2^3 + 4^3 + 6^3 + \cdots + (2n)^3$$

10. Lineare Rekursion

Die Folge $F(0), F(1), F(2), \dots$ ist *rekursiv* definiert durch

$$F(n) = 2F(n-1) + 3F(n-2)$$

$$F(0) = 7, \quad F(1) = 13$$

Gesucht ist eine *explizite* Formel für $F(n)$.

11. Lineare Rekursion

Die Folge $F(1), F(2), F(3), \dots$ ist *rekursiv* definiert durch

$$F(1) = 12, \quad F(2) = 19$$

$$F(n+2) = F(n+1) + \frac{3}{4}F(n)$$

- (a) Mit einem Rechnerprogramm sollen sukzessive die Glieder der Folge sowie die Summe $\sum_{i=1}^{50} F(i)$ der ersten 50 Folgenglieder berechnet werden.
- (b) Gesucht ist aufgrund der mit dem Programm ermittelten Anfangsglieder der Folge eine Näherungsformel, welche das langfristige Wachstum der Folge $F(n)$ beschreibt.
- (c) Wie lautet eine *explizite* Formel für $F(n)$?

12. Lineare Rekursion

Die Folge $F(0), F(1), F(2), \dots$ ist *rekursiv* definiert durch

$$F(0) = 1, \quad F(1) = 2, \quad F(2) = 7$$

$$F(n+3) = F(n+2) + 5F(n+1) + 3F(n)$$

- (a) Mit einem Rechnerprogramm sollen sukzessive die ersten Glieder der Folge berechnet werden.
- (b) Wie könnte aufgrund der mit dem Programm berechneten Anfangsglieder eine Näherungsformel lauten, welche das langfristige Wachstum der Folge $F(n)$ beschreibt?
- (c) Wie lautet eine *explizite* Formel für $F(n)$?

13. Quader

Die drei Kantenlängen und die Raumdiagonale eines Quaders bilden, aufsteigend der Grösse nach sortiert, die ersten vier Glieder einer arithmetischen Folge. Wie lang sind die Quaderkanten, wenn die kürzeste 6 cm misst?

14. Zahlenspielerereien

Untersucht wird die Summe

$$s_n = 1 + \frac{9}{10} + \left(\frac{9}{10}\right)^2 + \left(\frac{9}{10}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{9}{10}\right)^n$$

- (a) Wie lautet eine explizite Formel für die Summe s_n .
- (b) Wie gross ist die Summe der ersten 100 Summanden?
- (c) Wie gross wird die Summe, wenn man beliebig viele Summanden in obiger Reihe addiert?

15. Rohstoffhaushalt

Vom Rohstoff Kupfer ist heute weltweit eine Reserve von rund 500 Millionen Tonnen vorhanden. Der jährliche Verbrauch beträgt heute rund 18 Millionen Tonnen und nimmt von Jahr zu Jahr um 4.3% zu.

Wieviele Jahre wird es bei dieser Nutzung dauern, bis die gesamten Kupferreserven aufgebraucht sind? Wie lange würde es dauern, wenn der Verbrauch statt zu jährlich um 4.3% abnehmen würde?

16. Minkewalbestand

Um den Abschuss von Minkewalen hat sich in den letzten Jahren ein heftiger Streit zwischen der Walfangnation Norwegen und internationalen Tierschutzorganisationen ergeben.? 1992 schätzte die norwegische Regierung den Minkewalbestand im Einzugsgebiet der norwegischen Walfänger auf noch rund 86,736 Wale und legte eine jährliche Fangquote von 232 Minkewalen fest. Bei dieser Abschussquote sollte gemäss Berechnungen der Regierung der Minkewalbestand konstant erhalten bleiben. Überraschend erhöhte 1996 die norwegische Regierung – aufgrund von Protesten der Walfänger – die Abschussquote auf 425 Minkewale pro Jahr. Wie lange geht es, bis die Minkewale in den norwegischen Gewässern ausgestorben sind, wenn man die Berechnungen der Regierung zur Grundlage nimmt?

17. Ausbildungskosten für Mediziner

Die explodierenden Gesundheitskosten sind zur Zeit ein Dauerthema im Politalltag. Auch die Ärztehonoreare geraten immer wieder unter Beschuss. Die Präsidentin der neu gegründeten Partei “Sparen jetzt!” macht folgenden Vorschlag:

In der Regel erzielen Mediziner erst im Alter von 35 Jahren ein regelmässiges, gesichertes Einkommen. Die gesamten staatlichen Ausbildungskosten pro Mediziner belaufen sich bis zu diesem Zeitpunkt auf rund 1 Mio Euro. Mediziner sollen verpflichtet werden, diese Kosten dem Staat zurückzuerstatten. “Sparen jetzt!” schlägt zwei Varianten vor:

Variante 1 Ab dem Alter 35 bis zur Erwerbsaufgabe sind Mediziner verpflichtet, dem Staat jährlich 50'000 Euro zurückzubezahlen.

Variante 2 Im Alter von 45, 55 und 65 Jahren sind die Mediziner verpflichtet, dem Staat je 400'000 Euro zurückzubezahlen.

Welche der beiden Varianten wäre für den Staat (theoretisch) günstiger? Werden bei einer der beiden Varianten die Ausbildungskosten dem Staat zurückerstattet? (Berechnung unter folgenden Annahmen: konstanter Zinssatz von 4%, alle Mediziner arbeiten genau bis zum Alter 65)

18. Verbrauchsprognose

Ferranien deckt seinen Eisenverbrauch selber und exportiert auch kein Eisen. 1960 betrug der Verbrauch 10 Millionen Tonnen, 1975 bereits 13 Millionen Tonnen und die jährliche Verbrauchszunahme blieb mehr oder weniger unverändert. Anfangs 1995 schätzte man den Eisenvorrat auf noch 500 Millionen Tonnen. Alarmiert durch die schwindenden Vorräte setzte die Regierung 1995 eine Kommission ein, die folgende Fragen beantworten sollte:

- (a) Wann werden die Eisenvorräte Ferraniens aufgebraucht sein, falls die jährliche Verbrauchszunahme gleich bleibt?
- (b) Wie stark müsste der Verbrauch von Jahr zu Jahr reduziert werden, damit die Vorräte bis zum Jahr 2100 ausreichen?

19. Gerüchteküche

Herr Meier erzählt um 7 Uhr zwei Arbeitskollegen eine Neuigkeit. Beide Kollegen erzählen die Neuigkeit innerhalb der nächsten Stunde an zwei Kollegen weiter, diese verbreiten die Neuigkeit in der nächsten Stunde wieder an zwei Kollegen weiter, die vom Gerücht noch nichts gehört haben usw. Gesucht ist eine Formel $A(t)$ für die Anzahl der Leute, welche das Gerücht nach t Stunden erfahren haben für den Fall, dass

- (a) jede Person genau zwei weitere Personen informiert und dann selber das Gerücht nicht mehr weiterverbreitet

(b) jede Person ununterbrochen das Gerücht weiterverbreitet.

20. Fondsverwaltung

Beginnend mit dem 31. 12. 1985 zahlte ein Grosskonzern jährlich Fr. 100'000.- für die Äufnung eines Fonds zur Unterstützung junger Künstlerinnen und Künstler ein. Die letzte Zahlung erfolgte am 31. 12. 1997. Ab und mit dem 31. 12. 1998 soll während 10 Jahren ein Unterstützungsbeitrag aus dem Fonds ausbezahlt werden, so dass am Schluss das Fondsvermögen aufgebraucht ist. Welcher Betrag kann jährlich verteilt werden, wenn mit einer durchschnittlichen Verzinsung von 4% gerechnet wird?

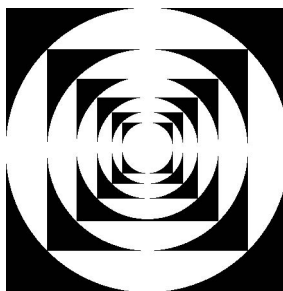
21. Periodische Einzahlungen auf ein Sparheft

Die Paten von Felix legen zusammen jedes Jahr 500 Euro auf ein Sparheft, zum ersten Mal beim 1. Geburtstag von Felix. Am 18. Geburtstag zahlen die Paten nochmals 500 Euro ein und übergeben anschliessend das Sparheft Felix. Weil Felix sich lange ein wünschte, geht Felix gleich zur Bank und hebt das Patengeld ab. Wieviel kann er abheben, wenn man mit einem konstanten Jahreszins von 4% rechnet? Auf welchen Betrag würde das Guthaben anwachsen, wenn er das Geld auf der Bank liegenlassen würde und erst beim 65. Geburtstag das Guthaben beziehen möchte?

22. Quadrate und Kreise

In der untenstehenden Figur wurde dem äussersten Quadrat ein Kreis maximaler Grösse einbeschrieben. Diesem Kreis wiederum ein Quadrat, diesem wieder ein Kreis und so weiter.

Wie viele Prozent der Fläche des äussersten Quadrates machen die (unendlich vielen) schwarzen Flächen aus?



23. Arithmetische Folge 2. Ordnung

Von einer arithmetischen Folge 2. Ordnung kennt man das zweite, dritte und fünfte Glied: $a_2 = 8$; $a_3 = 22$; $a_5 = 71$.

Gesucht sind das erste und vierte Glied der Folge.

24. Sparkonto der Klasse Munterbunt

Ende 2002 beschloss die Klasse Munterbunt, dass alle an jedem Jahresende 5 Euro auf ein spezielles Klassensparkonto einzahlen. Die erste Zahlung erfolgt gleich Ende 2002. Mit dem Geld soll in 25 Jahren ein grosses Fest veranstaltet werden. Am Ende des Jahres 2004 zahlt der Klassenlehrer zudem aus speziellem Anlass 1000 Euro ein. Wieviel Geld steht nach 25 Jahren auf dem Klassensparkonto zur Verfügung, wenn mit einem konstanten Zinssatz von 2.25% gerechnet wird?

25. Spare in der Zeit, so hast Du in der Not

Hans bezahlte jeweils am Jahresanfang 2000 DM auf sein Sparkonto ein, erstmals am Neujahr 1970. Bis Ende 1974 gab es immer 3% Jahreszins, ab Anfang 1975 bis heute betrug der Zinsfuss nur noch 2.5% .

(a) Wieviel Geld hatte Hans Ende 1974 auf seinem Sparkonto?

(b) An welchem Jahresende war das Guthaben auf dem Sparkonto erstmals grösser als 50'000 DM?

26. Ausbildungskonto

Der vorsorgende Herr X legt erstmals bei der Geburt seiner Tochter und dann jährlich zu ihrem Geburtstag jeweils 1500 Euro auf ein Ausbildungskonto mit drei Prozent Zins an. Die letzte Einzahlung erfolgt am 20. Geburtstag. Herr Y, der Vater eines gleichaltrigen Sohnes schenkt seinem Sohn den gleichen Betrag zum zwanzigsten Geburtstag. Er muss das Geld aber bei der Bank zu 8 Prozent

Schuldzins als Kleinkredit aufnehmen und stottert es hinterher in jährlichen Raten ab. Die erste Rate zahlt er nach einem Jahr, insgesamt zahlt er gleichviele Raten wie Herr X, aber der Betrag ist natürlich wesentlich höher. Wie hoch sind die Jahresraten?

27. Continuous vs Discrete Mathematics

In der Juni/Juli-Ausgabe 2000 der Zeitschrift "The American Mathematical Monthly" findet sich der nachstehende kurze Artikel:

Continuous vs. Discrete Mathematics

The world of mathematics can be divided roughly into two realms: the continuous and the discrete. The difference is nicely illustrated by wristwatches. Continuous mathematics corresponds to analog watches - the kind with separate hour, minute, and second hands. The hands move smoothly over time. From an analog watch perspective, between 12:02 P.m. and 12:03 P.m. there are infinitely many possible different times as the second hand sweeps around the watch face. Continuous mathematics studies concepts that are infinite in scope, where one object can blend smoothly into the next. The real-number system lies at the core of continuous mathematics and - just like the watch - between any two real numbers, there is an infinity of real numbers. Continuous mathematics provides excellent models and tools for analysing real-world phenomena that change smoothly over time, including the motion of planets around the sun or the flow of blood through the body.

Discrete mathematics, on the other hand, is comparable to a digital watch. On a digital watch, there are only finitely many possible different times between 12:02 P.m. and 12:03 P.m. A digital watch does not acknowledge split seconds! There is no time between 12:02:03 and 12:02:04. The watch leaps from one time to the next. A digital watch can show only finitely many different times, and the transition from one time to the next is sharp and unambiguous. Just as the real-number system plays a central role in continuous mathematics, integers are the primary tool of discrete mathematics. Discrete mathematics provides excellent models and tools for analysing real-world phenomena that change abruptly and that lie clearly in one state or another. Discrete mathematics is the tool of choice in a host of applications, from computers to telephone call routing and from personnel assignments to genetics.

Edward R. Scheinerman, Mathematics, A Discrete Introduction. Brooks/Cole, Pacific Grove, CA, 2000, pp. xvii-xviii.

Häufig hilft eine diskrete Sichtweise eines Problems beim Finden der Lösung einer kontinuierlichen Problemstellung und umgekehrt. Gesucht sind je ein konkretes Beispiel einer diskreten bzw. einer kontinuierlichen mathematischen Problemstellung, bei welcher die Einnahme der kontinuierlichen bzw. diskreten Sichtweise entscheidend zur Problemlösung beiträgt. Für jedes Beispiel soll die Problemstellung und die Lösungsidee auf ca. einer halben A4-Seite beschrieben werden. Auch aussagekräftige Skizzen sind sehr erwünscht.

Lösung zu: Folgen und Reihen

1. Arithmetische Folge

(a) $a_1 = 8; a_2 = 15; a_3 = 22; a_4 = 29; a_5 = 36; a_6 = 43; a_7 = 50$

(b) $a_{50} = 351$

(c) 7485

Es muss $s_{50} - s_{20}$ berechnet werden.

2. Arithmetische Folge 2

(a) $a_1 = 2; a_2 = 191; a_3 = 380$

(b) rekursiv: $a_1 = 2; a_{n+1} = a_n + 189$; explizit: $a_n = 2 + (n - 1) \cdot 189$

3. Geometrische Folge

17, 34, 68

Ansatz: $x, x+17, x+51$

Die Quotienten der aufeinanderfolgenden Glieder müssen gleich sein.

4. eingeschobne Zahlen

$$a_{n+1} = a_n + 31$$

800 ist das erste Glied, 1575 das 26-igste. Daraus lässt sich die Differenz der AF berechnen.

5. Rekursive und explizite Definition von Folgen

(a) Berechnung der Differenz von a_n und a_{n-1} liefert n^3 und damit die rekursive Beschreibung $a_n = a_{n-1} + n^3$. Es gibt aber auch weitere rekursive Beschreibungen, zum Beispiel $a_n = (\sqrt{a_{n-1}} + n)^2$.

(b) Berechnung eines Anfangstückes der Folge führt zur Vermutung

$$b_n = \frac{1}{2n-1}$$

Berechnung der Differenz $b_n - b_{n-1}$ beweist die Vermutung.

6. Rekursive und explizite Definition von Folgen

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

7. Kreise, Kreise, Kreise

Rekursive Beschreibung:

Jeder bestehende Kreis wird von einem neuen Kreis in 2 Punkten geschnitten und jeder Schnittpunkt liefert ein neues Gebiet. Damit folgt

$$g_{n+1} = g_n + 2n$$

Explizite Formel:

Die Berechnung eines Anfangsstück der Folge liefert die Vermutung

$$g_n = n(n-1) + 2$$

welche aufgrund der rekursiven Beschreibung leicht überprüft werden kann.

8. Unterteilung einer Ebene

Rekursive Definition:

Durch jede neue Gerade wird ein altes Gebiet in zwei Gebiete zerlegt.

$$g_1 = 2, g_n = g_{n-1} + n$$

Explizite Definition:

$$g_n = \frac{1}{2}n(n+1) + 1$$

9. Summe der geraden Kubikzahlen

Die explizite Summenformel wird durch eine Polynomfunktion 4. Grades beschrieben. Ausgehend von den Werten für $s_1, \dots, s_5$ erhält man durch Polynominterpolation

$$s_n = 2n^4 - n^2$$

10. Lineare Rekursion

Die Folge wächst exponentiell, Ansatz $F(n) = a \cdot q^n$. Einsetzen in der Rekursionsgleichung liefert $q^2 - 2q - 3 = 0$, $q_1 = 3$, $q_2 = -1$. Linearkombination der beiden Lösungen liefert

$$F(n) = 5 \cdot 3^n + 2 \cdot (-1)^n$$

11. Lineare Rekursion

(a) –

(b) Das Rechnerexperiment lässt exponentielles Wachstum vermuten. Ein möglicher Ansatz für die Folge $F(n)$ ist damit

$$F(n) = aq^n$$

Für den Wachstumsfaktor erhält man den Näherungswert $q \approx 1.5$.

(c) Das Lösen der linearen Rekursion führt auf die Gleichung

$$q^2 - q - 0.75 = 0$$

und die Lösungen $q_1 = 1.5$, $q_2 = -0.5$. Eine explizite Formel lautet damit

$$F(n) = \frac{25}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

12. Lineare Rekursion

(a) –

(b) Die Folge wächst exponentiell mit einem Wachstumsfaktor ungefähr gleich 3.

(c) Ein Exponentialansatz $F(n) = aq^n$ liefert für q die Gleichung

$$q^3 - q^2 - 5q - 3 = 0$$

und damit den Wachstumsfaktor $q = 3$. Mit der zweiten Lösung $q = -1$ folgt

$$F(n) = \frac{3}{4}3^n + \frac{1}{4}(-1)^n$$

13. Quader

a = 6 cm

b = 10.25 cm

c = 14.49 cm

Ansatz: Raumdiagonale = 6 plus 3*Differenz (wegen AF!)

14. Zahlenspielerien

(a) Geometrische Reihe:

$$\frac{\left(\frac{9}{10}\right)^{n+1} - 1}{\frac{9}{10} - 1} = 10(1 - 0.9^{n+1})$$

$$(b) \approx 9.999705$$

$$(c) 10$$

15. Rohstoffhaushalt

$$18 \frac{1.043^n - 1}{1.043 - 1} = 500, n \approx 19 \text{ Jahre}$$

$$18 \frac{0.957^n - 1}{0.957 - 1} = 500, \text{ Vorräte würden nicht aufgebraucht}$$

16. Minkewalbestand

Gemäss der norwegischen Regierung berechnet sich der Wachstumsfaktor der Minkewal-Population gemäss

$$86'736 \cdot q - 232 = 86'736$$

und damit $q \approx 1.00267$. Mit

$$86'736 \cdot q^t - 425 \frac{q^t - 1}{q - 1} = 0$$

folgt, dass der Walbestand nach rund 300 Jahren ausgestorben sein wird.

17. Ausbildungskosten für Mediziner

Variante 1:

Die 30 Jahresraten zu 50'000 Euro summieren sich zum Endwert der 30-jährigen Rente von rund 2'800'000 Euro.

Variante 2:

Die Berechnung des Wertes der einzelnen Einzahlungen bis zum Alter 65 mittels der Zinseszinsformel liefert rund 1'870'000 Euro.

Variante 2 wäre also für den Staat besser, bei beiden Varianten werden aber die Ausbildungskosten nicht vollumfänglich zurückerstattet.

18. Verbrauchsprognose

$$K_{1975} = K_{1960} \cdot q^{15} \rightarrow q \approx 1.0176$$

(a) Verbrauch 1995:

$$k K_{1960} q^{35} \approx 18.444$$

$$18.444 \frac{q^t - 1}{q - 1} = 500, t \approx 22$$

(b) Vorrat für 105 Jahre:

$$18.444 \frac{q^{105} - 1}{q - 1} = 500, q \approx 0.9638$$

19. Gerüchteküche

(a) Explizite Formel: geometrische Reihe

$$A(t) = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^t = \frac{2^{t+1} - 1}{2 - 1} = 2^{t+1} - 1$$

(b) Rekursive Beschreibung:

$$A(0) = 1, A(t) = A(t-1) + 2A(t-1) = 3A(t-1) \rightarrow A(t) = 3^t$$

20. Fondsverwaltung

Der Endwert der Einzahlungen entspricht dem Barwert der Auszahlungen:

$$\left(100000 \frac{1.04^{19} - 1}{1.04 - 1}\right) 1.04^{10} = r \frac{1.04^{10} - 1}{1.04 - 1}$$
$$r \approx 205'000$$

21. Periodische Einzahlungen auf ein Sparheft

Guthaben beim 18. Geburtstag:

$$500 \frac{1.04^{18} - 1}{1.04 - 1} \approx 12'823. --$$

Guthaben beim 65. Geburtstag:

$$12'823 \cdot 1.04^{47} \approx 81'011. --$$

22. Quadrate und Kreise

$\approx 42.92\%$

Die Summe der schwarzen Flächen bildet eine unendliche geometrische Reihe mit $q = \frac{1}{2}$.

23. Arithmetische Folge 2. Ordnung

$a_1 = 1$; $a_4 = 43$

Differenzfolge ist AF 1. Ordnung und hat somit konstante Differenzen zwischen den Gliedern. Dies lässt sich ausnützen und z.B. mit einem Gleichungssystem lösen.

24. Sparkonto der Klasse Munterbunt

Der Endwert der regelmässigen Einzahlungen der Klasse nach 25 Jahren und das verzinste Kapital der einmaligen Einzahlung des Klassenlehrers berechnet sich gemäss

$$125 \frac{1.0225^{25} - 1}{1.0225 - 1} + 1000 \cdot 1.0225^{21} \approx 5730. --$$

25. Spare in der Zeit, so hast Du in der Not

(a) Formel für den Endwert einer fünfjährigen Rente:

$$2000 \frac{1.03^5 - 1}{1.03 - 1} \approx 10'618.30$$

(b) Führen zweier fiktiver Konten liefert

$$10'618.30 \cdot 1.025^t + 2000 \frac{1.025^t - 1}{1.025 - 1} \geq 50'000$$

und die Lösung $t \approx 14.61$, also Ende 1989.

26. Ausbildungskonto

Herr X tätigt insgesamt 21 Zahlungen zu 1500 Euro. Die Formel für den Endwert der resultierenden Rente lautet

$$1500 \frac{1.03^{21} - 1}{1.03 - 1} \approx 43'015$$

Dieser Betrag entspricht dem Barwert der Rente von Herrn Y und die entsprechende Formel liefert

$$43'015 = r \frac{1.08^{21} - 1}{1.08^{21}(1.08 - 1)}$$

und damit die Rate $r \approx 4'294.25$.

27. Continuous vs Discrete Mathematics

—