Paper Computer Science Experiment





Automation (Netzwerke)



Kürzester Weg (Graphentheorie)



Unterrichtsform

Lernen am Modell

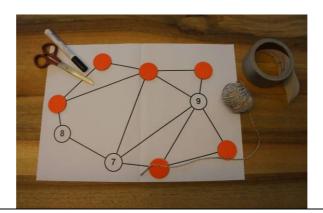


Voraussetzung

Durch die Beschäftigung mit (isomorphen) Graphen bekommen die Schülerinnen und Schüler ein Gefühl für das »Wesen« dieser abstrakten mathematischen Strukturen. Graphen sind keine starren geometrischen Gebilde, sondern eine Repräsentationsform für Konfigurationen von Beziehungen im weitesten Sinne. Das Objekt Graph kann beliebig verformt werden, ohne dass sich der Aussagegehalt ändert.



- Kopiervorlage
- Kartonscheiben oder Knöpfe, Schnur, ev. Klebeband





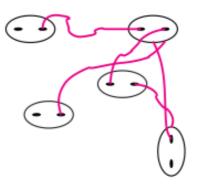
Zeitdauer

Falls das Fadenmodell bereits besteht: ca. 5 Min. Basteln eines eigenen Modells und Graph zeichnen: 30 Min.



Vorgehen

Die Eigenschaften von Graphen können besonders gut durch das hier beschriebene oder ein Knopf/Faden-Modell veranschaulicht werden, das man auf den Folienprojektor legen, in die Hosentasche stecken oder an den Kleiderhaken hängen kann etc.

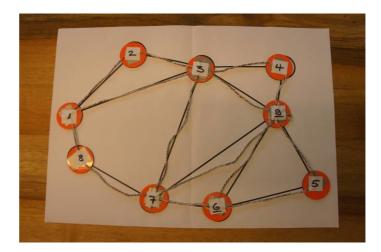


Ein "Knopfgraph"

Quelle: Buch von Stephan Hußmann,Brigitte Lutz-Westphal: Kombinatorische Optimierung Erleben: In Studium und Unterricht, Vieweg, März 2007

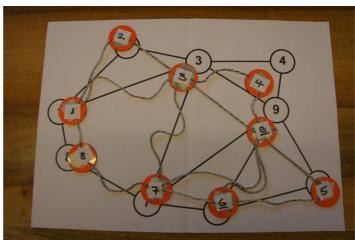
Die Nachbarschaftsbeziehungen der Knöpfe (repräsentiert durch die Fadenverbindungen), also die in dem Graphen beinhalteten Informationen, ändern sich dadurch nicht.

Arbeitet man mit Fadenmodellen von Graphen, so gibt es eine sehr einfache Methode zum Auffinden kürzester Wege. Man knüpft oder klebt den gegebenen Graphen so zusammen, dass die Fadenlänge zwischen je zwei Knoten (die man in diesem Fall am besten tatsächlich als Knoten realisiert) proportional zur jeweiligen Steckenlänge oder Fahrzeit ist.

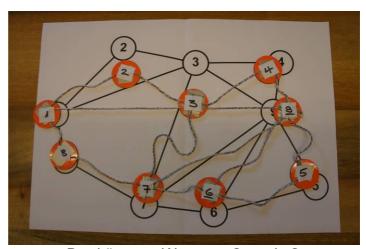


Dann nimmt man den Anfangsknoten mit den Fingern der einen Hand und den Endknoten mit der anderen Hand und zieht das Modell straff.

Der straff gespannte Weg zwischen den beiden Knoten ist der kürzeste!



Der kürzeste Weg von ② nach ⑤ führt über die Knoten ③ und ⑨.

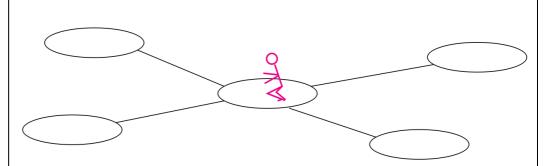


Der kürzeste Weg von ① nach ⑨ führt über den Knoten ③.



Obwohl das Basteln des Fadenmodells sehr zeitaufwändig ist, macht es deutlich, dass die Lösung des Problems des kürzesten Weges an sich nicht schwierig ist. Die Schwierigkeit liegt darin, das Vorgehen sinnvoll zu automatisieren und zu abstrahieren. Dazu eignet sich z.B. der Dijkstra-Algorithmus.

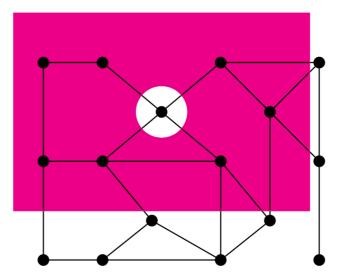
Eine Schwierigkeit beim Niederschreiben von Algorithmen liegt darin, dass man sehr viele Dinge intuitiv und durch "Draufgucken" löst. Geht es um Graphenalgorithmen, so ist das Hauptproblem, den Blick vom Gesamtbild des Graphen zu lösen. Ein sehr wirksames Hilfsmittel dafür ist die Vorstellung der Froschperspektive welche sich im Schulhof wunderbar erleben lässt.



Die Froschperspektive des Computers Quelle: Buch von Stephan Hußmann,Brigitte Lutz-Westphal: Kombinatorische Optimierung Erleben: In Studium und Unterricht, Vieweg, März 2007

Es wird ein grosser Graph mit Kreide auf den Schulhof gezeichnet und eine Schülerin stellt sich auf den Startknoten. Eine Gruppe von Mitschülern gibt dieser Person genaue Anweisungen, wie sie sich über den Graphen bewegen soll. Der "Witz" dabei ist, dass diese den Graphen auch nicht überblicken, bzw. im Idealfall gar nicht sehen. Die Person auf dem Graphen braucht farbige Kreiden, um Knoten oder Kanten markieren zu können, und Papier und Bleistift, falls sie sich besuchte Knoten o. ä. merken (also notieren) soll. Alle anderen stehen, falls die räumlichen Gegebenheiten es zulassen, in einem höheren Stockwerk am Fenster und kontrollieren das Resultat.

Bei schlechtem Wetter hilft eine Lochblende weiter. Mit einem Graphen, der Lochblende und einem Stift oder bunter Kreide kann man sich ähnlich wie im Schulhof klarmachen, wie man den Computer trotz seiner Froschperspektive dazu bringt, etwas in dem Graphen zu konstruieren.



Die Lochblende als Visualisierung der Froschperspektive Quelle: Buch von Stephan Hußmann,Brigitte Lutz-Westphal: Kombinatorische Optimierung Erleben: In Studium und Unterricht, Vieweg, März 2007

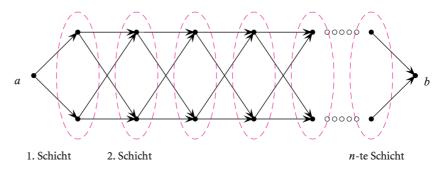
Ein Schüler steht an der Tafel oder dem OH-Projektor und die übrigen geben Anweisungen, was zu tun ist. Derjenige an der Tafel muss sich dabei ganz stur stellen, was sehr lustig sein kann. Die Rolle des "dummen Computers" ist daher in vielen Klassen äusserst beliebt!



Die Lochblende kann auch beim Absuchen von Labyrinthen verwendet werden



Diese Aktivität ist auch eine geeignete Übung zur Enumeration. Um den kürzesten Weg zwischen zwei entfernten Knoten zu finden, müssten also alle möglichen Wege zwischen Start und Ziel angeschaut werden.



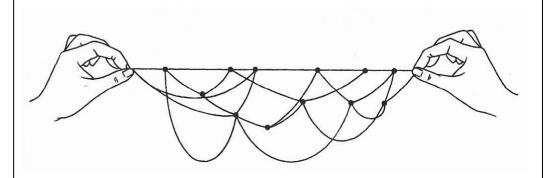
Wieviele Wege gibt es von a nach b?

Quelle: Buch von Stephan Hußmann,Brigitte Lutz-Westphal: Kombinatorische Optimierung Erleben: In Studium und Unterricht, Vieweg, März 2007

Von a aus kann man hier zwischen zwei Möglichkeiten wählen. Von beiden Stationen der zweiten Schicht aus sind es wieder jeweils zwei, also erhält man insgesamt 4 verschiedene Wege. Mit jeder weiteren Schicht verdoppelt sich die Anzahl der Wege. Bei 10 Schichten, also 22 Stationen, hat man 2¹⁰ = 1024 Wege, bei 50 Schichten sind es 102 Stationen, aber bereits über 1 Billiarde a-b-Wege! Auch wenn sich die Rechnerleistung im Laufe der Jahre vervielfacht, so wird man trotzdem bei nur geringfügig grösseren Beispielen auch dann noch an die Grenzen der Berechenbarkeit stossen. Wir haben es hier mit einem prinzipiellen Problem zu tun, welches mit der "brute force" Methode kaum lösbar ist.

Der spanische Architekt Antoni Gaudí testete die Statik für die Kathedrale Sagrada Familia in Barcelona mit einer fast vergessenen Technik: Er fertigte das Tragwerk aus Schnüren und hängte das ge-

samte Bauwerk kopfüber auf.



Als Hilfsmittel diente ihm ein Fadenmodell aus Schnüren, an denen er mit Schrotkugeln gefüllte Säckchen aufhing. Auf den Kopf gestellt ergab es die wirklichkeitsgetreue Struktur.



Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Sagrada_Fam%C3%ADlia

Quellen

Buch von Stephan Hußmann,Brigitte Lutz-Westphal: Kombinatorische Optimierung Erleben: In Studium und Unterricht, Vieweg, März 2007

